

РАЗДЕЛ 1. Задачи по курсу технической термодинамики

1.1. Термические параметры состояния рабочего тела. Основные законы и уравнения состояния идеальных газов

Теоретическая справка

К термическим параметрам состояния относят *абсолютное давление* (p), *удельный объем* (v) и *абсолютную температуру* (T).

Термические параметры входят в термическое уравнение состояния вида $F(p, v, T) = 0$ и могут быть непосредственно измерены.

Абсолютное давление

Давление – величина, определяемая отношением силы (ее нормальной составляющей), действующей на поверхность, к площади этой поверхности

$$p = \frac{F_n}{A},$$

где p – давление, Па; F_n – сила, Н; A – площадь, m^2 .

В расчетах используют величины, кратные одному паскалю:

$$1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}; \quad 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}; \quad 1 \text{ ГПа} = 10^9 \text{ Па};$$

$$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па} = 100 \text{ кПа},$$

где обозначения единиц измерения давления читают следующим образом: кПа – килопаскаль; МПа – мегапаскаль; ГПа – гигапаскаль.

В технике для измерения давления применяют техническую атмосферу, равную силе в 1 кгс, действующей на 1 см^2 площади.

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2.$$

Для измерения малых давлений используют высоту столба жидкости (вода, ртуть, спирт и т.д.). Столб жидкости своим весом производит на основание давление:

$$p = \rho \cdot g \cdot h,$$

откуда следует, что

$$h = p/(\rho \cdot g),$$

где p – давление, Па; ρ – плотность жидкости, кг/м^3 ; $g = 9,80665 \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Например, для воды ($\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ кг/м}^3$) 1 Па равен

$$h_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{p}{\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g} = \frac{1}{10^3 \cdot 9,81} = 1,02 \cdot 10^{-4} \text{ м вод. ст.} =$$

$$= 0,102 \text{ мм в. ст.},$$

где обозначения единиц измерения давления читают следующим образом: м вод. ст. – метры водяного столба; мм в. ст. – миллиметры водяного столба.

При определении давления p или перепада давлений Δp надо учитывать зависимость плотности вещества от температуры и приводить высоту столба жидкости к температуре 0°C по формуле

$$h_0 = h \cdot (1 - \beta \cdot t),$$

где h_0 – показания прибора, приведенные к 0°C , м или мм; h – высота столба жидкости при данной температуре, м или мм; β – коэффициент объемного расширения жидкости, K^{-1} (для ртути $\beta = 0,000172 \text{ K}^{-1}$); t – температура жидкости, $^\circ\text{C}$.

Перевод единиц измерения давления приведен в табл. 1.1

Таблица 1. Перевод единиц измерения давления

Единица	Бар	Паскаль, Па (Н/м ²)	Физическая атмосфера, атм	Техническая атмосфера, ат (кгс/см ²)	Миллиметры ртутного столба, мм рт. ст.	Миллиметры водяного столба, мм вод. ст.
1 бар	1	10 ⁵	0,987	1,02	750	10200
1 Па	10 ⁻⁵	1	—	—	—	0,10
1 атм	1,013	101300	1	1,033	760	10330
1 ат	0,981	98100	0,968	1	735,6	10000
1 мм рт. ст.	0,00133	133,3	0,001316	0,00136	1	13,6
1 мм вод. ст.	$9,81 \cdot 10^{-5}$	9,81	$9,68 \cdot 10^{-5}$	10 ⁻⁴	0,0736	1

В термодинамических расчетах различают *атмосферное* давление, *избыточное* (манометрическое) давление, *разрежение* (вакуум) и *абсолютное* давление. При этом за нормальное атмосферное давление принимают давление воздуха на уровне моря при температуре $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, которое равно 760 мм рт. ст..

Термодинамическим параметром состояния служит *абсолютное* давление p , Па.

Используемые в технике приборы, как правило, измеряют не абсолютное давление, а разность давлений - давления в сосуде и давления атмосферного воздуха.

При давлении в сосуде больше атмосферного, абсолютное давление рассчитывают по формуле

$$p = B + p_m,$$

где B – барометрическое давление; p_m – манометрическое давление или избыточное давление.

Аналогично, при давлении в сосуде меньше атмосферного измеряют *вакуум* или *разрежение* и в этом случае абсолютное давление равно

$$p = B - p_B,$$

где p_B – вакуумметрическое давление или разрежение.

Абсолютная температура

Температура характеризует степень нагретости тела.

В настоящее время в практике инженерных расчетов широкое распространение получили две температурные шкалы:

1. Термодинамическая шкала температур, которая имеет одну реперную точку – тройную точку воды (вода находится одновременно в трех фазовых состояниях) при $t = 0,01\text{ }^\circ\text{C}$ ($T = 273,16\text{ K}$) и $p = 610\text{ Па}$. Температуру измеряют по шкале Кельвина, К. Начало отсчета $T = 0\text{ K} = -273,15\text{ }^\circ\text{C}$.

2. Международная практическая шкала температур (МПШТ) имеет две реперные точки: первая точка – точка таяния льда при $t_1 = 0\text{ }^\circ\text{C}$ и $p = 760\text{ мм рт. ст.}$; вторая точка – точка кипения воды при $t_2 = 100\text{ }^\circ\text{C}$ и $p = 760\text{ мм рт. ст.}$ МПШТ для измерения температуры использует градусы Цельсия, $^\circ\text{C}$.

Перевод температуры из термодинамической шкалы температур в практическую шкалу температур и наоборот выполняют по формулам:

$$T = t + 273,15\text{ K};$$

$$t = T - 273,15\text{ }^\circ\text{C}.$$

Термодинамический параметр – *абсолютная температура*, выражаемая в кельвинах, К.

Удельный объем

Удельный объем равен объему единицы массы вещества

$$v = \frac{V}{m},$$

где v – удельный объем, $\text{м}^3/\text{кг}$; V – объем, м^3 ; m – масса вещества, кг .

Плотность равна массе вещества, содержащегося в единице объема

$$\rho = \frac{m}{V} ,$$

где ρ – плотность вещества, $\text{кг}/\text{м}^3$; m – масса вещества, кг ; V – объем, м^3 .

Соотношение между удельным объемом и плотностью вещества

$$\rho \cdot v = 1.$$

Удельный вес рассчитывают по формуле, $\text{Н}/\text{м}^3$

$$\gamma = g \cdot \rho.$$

В XIX веке экспериментально были установлены следующие соотношения между термическими параметрами для газов, близких по своим свойствам к идеальному газу:

– для изобарного процесса $p = \text{const}$, $v/T = \text{const}$ – закон Гей-Люссака;

– для изохорного процесса $v = \text{const}$, $p/T = \text{const}$ – закон Шарля;

– для изотермического процесса $T = \text{const}$, $p/\rho = \text{const}$ или $p \cdot v = \text{const}$ с учетом соотношения $\rho \cdot v = 1$ – закон Бойля – Мариотта.

В 1834 году французский ученый Клапейрон объединил эти законы и получил *характеристическое* уравнение, связывающее между собой все три термических параметра p , v и T . Данное уравнение называют термическим *уравнением состояния* идеального газа.

Для 1 кг газа уравнение состояния идеального газа имеет вид

$$p \cdot v = R \cdot T,$$

где p – абсолютное давление, Па; v – удельный объем, $\text{м}^3/\text{кг}$; T – абсолютная температура, К; R – постоянная данного газа или *газовая постоянная*, Дж/(кг·К).

Умножив левую и правую части данного уравнения на массу газа, получим уравнение состояния для газа массой m :

$$p \cdot m \cdot v = m \cdot R \cdot T \quad \text{или} \quad p \cdot V = m \cdot R \cdot T,$$

где $V = m \cdot v$ – объем газа, м^3 .

В системе СИ количество вещества измеряют в молях и киломолях:

$$1 \text{ кмоль} = 10^3 \text{ моль}.$$

Кмоль газа (вещества) равен количеству газа (вещества), масса которого в килограммах, равна *молярной* (относительной молекулярной) массе.

Молярная масса газа μ – это масса газа (вещества) в килограммах, взятого в количестве 1 кмоль.

Например, у азота (N_2) 1 кмоль равен 28 кг и молярная масса равна $\mu_{\text{N}_2} = 28 \text{ кг/кмоль}$.

Масса газа m , выраженная через число киломолей, равна

$$m = n \cdot \mu,$$

где m – масса газа, кг; μ – молярная масса, кг/кмоль; n – число киломолей, кмоль.

Кроме приведенных выше законов, газы подчиняются и *закону Авогадро*, который устанавливает, что *все газы при одинаковых температурах и давлениях содержат в одинаковых объемах одно и то же количество молекул*. Откуда следует, что плотность газа прямо пропорциональна его молярной массе:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

или, учитывая соотношение $\rho \cdot v = 1$, получим

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2},$$

откуда следует соотношение

$$\mu_1 \cdot v_1 = \mu_2 \cdot v_2 = \mu \cdot v = V_\mu = \text{const},$$

где V_μ – объем киломоля, $\text{м}^3/\text{кмоль}$.

Итак, для всех идеальных газов при одинаковых температурах T и давлениях p объем одного киломоля одинаков.

При нормальных условиях ($p_0 = 760$ мм. рт. ст. = 101,3 кПа и $T_0 = 273,15$ К) объем 1 кмоль любого газа равен $V_{\mu 0} = 22,4146$ $\text{м}^3/\text{кмоль}$.

Д. И. Менделеев в 1874 г. для μ кг идеального газа (для 1 киломоля) получил универсальное уравнение состояния:

$$p \cdot \mu \cdot v = \mu \cdot R \cdot T \quad \text{или} \quad p \cdot V_\mu = R_\mu \cdot T,$$

где $V_\mu = \mu \cdot v$ – объем 1 кмоль, $\text{м}^3/\text{кмоль}$;

$R_\mu = \mu \cdot R = 8314,3$ Дж/(кмоль К) – универсальная или молярная газовая постоянная.

Таблица 2. Молярные массы газов

Газ	μ , кг/кмоль
Водород H_2	2,016
Азот N_2	28,03
Кислород O_2	32,00
Воздух 21% O_2 +79% N_2	28,96
Метан CH_4	16,03

Окись углерода	CO	28,01
Углекислый газ	CO ₂	44,01
Гелий	He	4,003
Аргон	Ar	39,94

Примеры решения задач

Задача 1

В сосуде объемом 0,9 м³ находится 1,5 кг окиси углерода (CO). Определить удельный объем и плотность окиси углерода.

Решение

$$\text{Удельный объем } v = \frac{V}{m} = \frac{0,9}{1,5} = 0,6 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}.$$

$$\text{Плотность } \rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,6} = 1,67 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

$$\text{Ответ: } v = 0,6 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}; \quad \rho = 1,67 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Задача 2

Найти абсолютное давление пара в котле, если манометр показывает $p_m = 0,13$ МПа. Атмосферное давление по показаниям ртутного барометра составляет $B = 730$ мм рт. ст. при $t = 25$ °С.

Решение

Показание барометра получено при температуре ртути $t = 25$ °С. Это показание необходимо привести к 0 °С по формуле

$$\begin{aligned} B_0 &= B \cdot (1 - 0,000172 \cdot t) = 730 \cdot (1 - 0,000172 \cdot 25) = \\ &= 726,861 \text{ мм рт. ст.} = 726,861 \cdot 133,3 = 96890,57 \text{ Па.} \end{aligned}$$

Абсолютное давление пара в котле

$$p = B + p_m = 96890,57 + 0,13 \cdot 10^6 = 226890,57 \text{ Па} = 0,227 \text{ МПа}$$

Ответ: $p = 0,227 \text{ МПа}$.

Задача 3

0,5 м³ воздуха находится в сосуде при температуре 120 °С. Подключенный к сосуду вакуумметр показывает разрежение 700 мм вод. ст. при барометрическом давлении 750 мм рт. ст. Определить массу газа в сосуде.

Решение

Абсолютное давление газа

$$p = B - p_B = 750 \cdot 133,3 - 700 \cdot 9,81 = 93108 \text{ Па.}$$

Абсолютная температура воздуха

$$T = t + 273,15 = 120 + 273,15 = 393,15 \text{ К.}$$

$$\text{Газовая постоянная } R = \frac{R_\mu}{\mu} = \frac{8314}{28,96} = 287,09 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Из уравнения состояния идеального газа, записанного в виде $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$, выразим массу газа

$$m = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{93108 \cdot 0,5}{287,09 \cdot 393,15} = 0,41 \text{ кг.}$$

Ответ: $m = 0,41 \text{ кг}$.

Задача 4

Какой объем займет кислород при температуре 150 °С и давлении 0,3 МПа, если при нормальных физических условиях он занимает 4 м³?

Решение

Под нормальными физическими условиями понимают состояние газа при $p = 760$ мм рт. ст. и $t = 0$ °С. Уравнение состояния идеального газа для нормальных физических условий и для физических условий данной задачи

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{RT_1} = \frac{p_{н.у} \cdot V_{н.у}}{RT_{н.у}} \Rightarrow V_1 = \frac{T_1 \cdot p_{н.у} \cdot V_{н.у}}{p_1 \cdot T_{н.у}}.$$

Абсолютное давление:

$$p_{н.у} = 760 \cdot 133,3 = 101308 \text{ Па} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$p_1 = 0,3 \text{ МПа} = 0,3 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Абсолютная температура:

$$T_{н.у} = 273,15 \text{ К};$$

$$T_1 = 150 + 273,15 = 423,15 \text{ К}.$$

Подставим значения $p_{н.у}$, p_1 , $T_{н.у}$, T_1 в формулу для расчета объема при заданных условиях

$$V_1 = \frac{423,15 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 4}{0,3 \cdot 10^6 \cdot 273,15} = 2,09 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = 2,09 \text{ м}^3$.

Контрольные задачи

1. Определить давление, при котором 5 кг азота занимают объем 2 м^3 , если температура азота равна 70 °С?

Ответ: $0,25 \text{ МПа}$.

2. В баллоне емкостью $0,5 \text{ м}^3$ находится азот при температуре 30 °С и избыточном давлении $0,5 \text{ МПа}$. Определить массу азота, выпущенного из баллона, если избыточное давление понизилось до $0,2 \text{ МПа}$, а температура – до 20 °С. Барометрическое давление равно 750 мм рт. ст.

Ответ: $1,61 \text{ кг}$.

3. Объем воздуха при давлении $0,6 \text{ МПа}$ и температуре 100 °С составляет 3 м^3 . Какой объем займет воздух при нормальных физических условиях?

Ответ: 13 м^3 .

4. Определить плотность водорода, если он находится в сосуде при температуре $50 \text{ }^\circ\text{C}$, а его избыточное давление составляет 50 см вод. ст. при барометрическом давлении 760 мм рт. ст.

Ответ: $0,079 \text{ кг/м}^3$.

5. В цилиндре с подвижным поршнем находится $0,2 \text{ м}^3$ воздуха при давлении 0,1 МПа. Как должен измениться объем, чтобы при повышении давления до 0,2 МПа температура воздуха не изменилась?

Ответ: объем уменьшится в 2 раза.

6. В цилиндре диаметром 0,6 м содержится $0,4 \text{ м}^3$ воздуха при давлении 0,25 МПа и температуре $t_1 = 35 \text{ }^\circ\text{C}$. До какой температуры (t_2) должен быть нагрет воздух при постоянном давлении, чтобы движущийся без трения поршень поднялся на 0,4 м?

Ответ: $t_2 = 122 \text{ }^\circ\text{C}$.

1.2. Газовые смеси. Теплоёмкости газов и газовых смесей

Теоретическая справка

Понятие теплоемкости ввел в науку английский физик Блэк в 1760 году в следующей формулировке: «Теплоемкость вещества равна количеству теплоты, которая необходима для нагревания или охлаждения тела на $1 \text{ }^\circ\text{C}$ (1 K)»

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\delta Q}{dt},$$

где C – теплоемкость вещества, $\text{Дж/К} = \text{Дж/ }^\circ\text{C}$; δQ – элементарная порция теплоты, Дж; dT – изменение температуры тела, К; dt – изменение температуры тела, $^\circ\text{C}$.

В современной трактовке *теплоемкость есть коэффициент пропорциональности между изменением температуры и количеством теплоты, которое вызвало это изменение*

$$\delta Q = C \cdot dT = C \cdot dt.$$

Напомним, что изменения температуры в термодинамической шкале температур и международной практической шкале температур равны: $dT = dt$.

Теплоемкость – физическая характеристика вещества, определяемая экспериментально в зависимости от температуры.

В технических расчетах используют удельную теплоемкость – теплоемкость единицы количества вещества:

– удельную массовую теплоемкость, Дж/(кг·К)

$$c = \frac{C}{m},$$

где C – теплоемкость вещества, Дж/К; m – масса вещества, кг;

– удельную объемную теплоемкость, Дж/(м³·К)

$$c' = \frac{C}{V},$$

где C – теплоемкость вещества, Дж/К; V – объем вещества, м³;

– удельную мольную или молярную теплоемкость, Дж/(кмоль·К)

$$c_{\mu} = \frac{C}{\nu},$$

где C – теплоемкость, Дж/К; ν – количество вещества, кмоль.

Замечание. Для обозначения молярной теплоемкости также используют обозначение $\mu c \equiv c_\mu$.

Учитывая, что масса вещества равна

$$m = \rho \cdot V = \mu \cdot n$$

получим следующие соотношения для удельных теплоемкостей

$$c = \frac{c'}{\rho} = \frac{c_\mu}{\mu},$$

где c – удельная массовая теплоемкость, Дж/(кг·К); c' – удельная объемная теплоемкость, Дж/(м³·К); c_μ – молярная теплоемкость, Дж/(кмоль·К); ρ – плотность вещества, кг/м³; μ – молярная масса, кг/кмоль; n – количество вещества, кмоль.

Теплоемкость зависит от характера термодинамического процесса и, в общем случае, она может изменяться от $-\infty$ до $+\infty$.

В термодинамических расчетах наиболее часто используют удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p .

Теплоемкость идеального газа не зависит от температуры и давления и ее можно рассчитать, применяя молекулярно-кинетическую теорию газов.

Согласно молекулярно-кинетической теории удельные молярные, массовые и объемные изохорные и изобарные теплоемкости идеальных газов постоянны и рассчитываются по формулам:

$$\mu c_v = \frac{R_\mu}{2} \cdot i, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}};$$

$$\mu c_p = \frac{R_\mu}{2} \cdot (i + 2), \quad \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}};$$

$$c_v = \frac{\mu c_v}{\mu} = \frac{R}{2} \cdot i, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$c_p = \frac{\mu c_p}{\mu} = \frac{R}{2} \cdot (i + 2), \quad \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$c'_v = \frac{\mu c_v}{V_\mu}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}};$$

$$c'_p = \frac{\mu c_p}{V_\mu}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}};$$

$$c'_{v \text{ н.у.}} = \frac{\mu c_v}{22,4}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}};$$

$$c'_{p \text{ н.у.}} = \frac{\mu c_p}{22,4}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}};$$

где i – число степеней свободы молекулы данного газа; V_μ – объем кмолья газа, $\text{м}^3/\text{кмоль}$; R – газовая постоянная, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; R_μ – универсальная газовая постоянная $R_\mu = 8314 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К})$.

Для одноатомного газа $i=3$, для двухатомных газов $i=5$, а для трёх и многоатомных газов $i=6$.

Изобарная и изохорная теплоёмкости идеальных газов связаны уравнением Майера

$$c_p - c_v = R \quad \text{или} \quad \mu c_p - \mu c_v = R_\mu.$$

Коэффициент Пуассона или показатель адиабаты равен

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\mu c_p}{\mu c_v}.$$

Теплоёмкость реальных веществ

Теплоёмкость реальных газов, жидкостей и твердых тел находят экспериментально в зависимости от темпера-

туры и приводят в справочниках. Средняя удельная теплоемкость на процессе 1-2 равна

$$\bar{c} = \frac{Q_{12}}{T_2 - T_1} = \frac{Q_{12}}{t_2 - t_1},$$

где \bar{c} – средняя массовая теплоемкость, Дж/(кг·К).

В справочниках приводят значения изобарных теплоемкостей. При этом, если известна истинная теплоемкость $c(t)$, то среднюю теплоемкость рассчитывают по формулам:

$$\bar{c}_p = \frac{q_{12}}{t_2 - t_1} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} c_p(t) dt$$

или

$$\bar{c}_p = c_p \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_p \Big|_0^{t_2} \cdot t_2 - c_p \Big|_0^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1},$$

где $c_p \Big|_0^t = \frac{1}{t} \int_0^t c_p(t) dt$ – средняя теплоемкость в интервале температур $0 \div t$.

Смеси идеальных газов

Смеси идеальных газов подчиняются уравнению состояния идеальных газов

$$p_{cm} \cdot v_{cm} = R_{cm} \cdot T_{cm} \text{ – для 1 кг газовой смеси,}$$

где R_{cm} – газовая постоянная смеси.

$$R_{cm} = \frac{R_\mu}{\mu_{cm}}.$$

Состав смеси идеальных газов может быть задан массовыми или объемными долями. Массовая доля смеси равна

$$g_i = \frac{m_i}{m_{\text{см}}},$$

где m_i , – масса i – того компонента смеси газов, кг; $m_{\text{см}}$ – масса смеси, кг.

Объемная доля смеси равна

$$r_i = \frac{V_i}{V_{\text{см}}} = \frac{p_i}{p_{\text{см}}},$$

где V_i , p_i – парциальный объем и парциальное давление i – того компонента смеси газов; $V_{\text{см}}$, $p_{\text{см}}$ – объем и давление смеси газов.

Сумма массовых и объемных долей смеси газов равна единице:

$$\sum_{i=1}^n g_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n r_i = 1.$$

Между массовыми и объемными долями газовой смеси существуют соотношения:

$$g_i = r_i \frac{\mu_i}{\mu_{\text{см}}} = r_i \frac{R_{\text{см}}}{R_i};$$

$$r_i = g_i \frac{\mu_{\text{см}}}{\mu_i} = g_i \frac{R_i}{R_{\text{см}}},$$

где $\mu_{\text{см}}$ – масса киломоля смеси, кг/кмоль; $R_{\text{см}}$ – газовая постоянная смеси, Дж/(кг·К).

Молярную массу смеси и газовую постоянную смеси n идеальных газов рассчитывают по формулам:

$$\mu_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n r_i \cdot \mu_i ;$$

$$R_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot R_i .$$

В термодинамических расчетах необходимо учитывать, что

$$R_{\text{см}} = \frac{R_{\mu}}{\mu_{\text{см}}} = \frac{8314}{\mu_{\text{см}}} .$$

Массовую, молярную и объемную теплоемкости смеси n идеальных газов рассчитывают по формулам:

$$c_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot c_i ;$$

$$\mu c_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n r_i \cdot \mu c_i ;$$

$$c'_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n r_i \cdot c'_i .$$

Коэффициент Пуассона (показатель адиабаты) для смеси идеальных газов равен

$$k_{\text{см}} = \frac{\mu c_{p,\text{см}}}{\mu c_{v,\text{см}}} = \frac{c_{p,\text{см}}}{c_{v,\text{см}}} .$$

Примеры решения задач

Задача 1

В состав газовой смеси входят: 3 кг азота, 5 кг кислорода и 2 кг двуокиси углерода. Считая все газы идеальными, определить, какой объём займёт смесь при давлении 2 бара и температуре 127°C .

Решение

Масса смеси

$$m_{\text{см}} = m_{\text{N}_2} + m_{\text{O}_2} + m_{\text{CO}_2} = 3 + 5 + 2 = 10 \text{ кг.}$$

Массовые доли смеси

$$g_{\text{O}_2} = 0,5; \quad g_{\text{N}_2} = 0,3; \quad g_{\text{CO}_2} = 0,2.$$

Газовая постоянная смеси

$$R_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n g_i \cdot R_i = 0,5 \cdot \frac{8314}{32} + 0,3 \cdot \frac{8314}{28} + 0,2 \cdot \frac{8314}{44} =$$
$$= 256,8 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Объём смеси

$$V_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}} \cdot R_{\text{см}} \cdot T_{\text{см}}}{p_{\text{см}}} = \frac{10 \cdot 256,8 \cdot (127 + 273,15)}{2 \cdot 10^5} = 5,1 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V_{\text{см}} = 5,1 \text{ м}^3$.

Задача 2

Определить удельные изобарные и изохорные теплоёмкости идеального кислорода.

Решение

Кислород – двухатомный газ. Число степеней свободы $i = 5$.

Удельная молярная изохорная теплоёмкость кислорода

$$\mu c_v = R_\mu \cdot \frac{i}{2} = 8314 \cdot \frac{5}{2} = 20780 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

По уравнению Майера можно определить удельную молярную изобарную теплоемкость кислорода

$$\mu c_p = \mu c_v + R_\mu = 20780 + 8314 = 29099 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Используя соотношения между удельными теплоемкостями, получим:

– массовые теплоемкости

$$c_p = \frac{\mu c_p}{\mu} = \frac{29099}{32} = 909,343 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$c_v = \frac{\mu c_v}{\mu} = \frac{20780}{32} = 649,375 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

– объемные теплоемкости при нормальных физических условиях ($V_{\mu, \text{н.у.}} = 22,4 \text{ нм}^3/\text{кмоль}$)

$$c'_{v, \text{н.у.}} = \frac{\mu c_v}{V_{\mu, \text{н.у.}}} = \frac{20780}{22,4} = 927,618 \frac{\text{Дж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}};$$

$$c'_{p, \text{н.у.}} = \frac{\mu c_p}{V_{\mu, \text{н.у.}}} = \frac{29099}{22,4} = 1299,06 \frac{\text{Дж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}}.$$

Задача 3

По таблицам средних теплоемкостей [3] определить среднюю объёмную изобарную теплоемкость при нормальных условиях для смеси газов при изменении температуры от 200°C до 1200°C . Объёмный состав смеси: 14,5% углекислого газа, 6,5% кислорода, 79% азота.

Решение

По таблицам средних теплоемкостей молярные теплоемкости в интервале температур от 0°C до $t^\circ\text{C}$ равны:

– углекислого газа

$$\mu_{\text{pm}}|_0^{200} = 40,06 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}},$$

$$\mu_{\text{pm}}|_0^{1200} = 50,74 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}};$$

– кислорода

$$\mu_{\text{pm}}|_0^{200} = 29,93 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}},$$

$$\mu_{\text{pm}}|_0^{1200} = 33,63 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}};$$

– азота

$$\mu_{\text{pm}}|_0^{200} = 29,29 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}},$$

$$\mu_{\text{pm}}|_0^{1200} = 31,82 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Средние молярные теплоемкости компонентов смеси в интервале температур $t_1 \div t_2$ рассчитываем по формуле

$$\mu_{\text{pm}}|_{t_1}^{t_2} = \frac{\mu_{\text{pm}}|_0^{t_2} \cdot t_2 - \mu_{\text{pm}}|_0^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1}$$

Средние молярные теплоемкости в интервале температур $t_1 \div t_2$:

– углекислого газа

$$\mu_{\text{pm}}|_{200}^{1200} = \frac{50,74 \cdot 1200 - 40,06 \cdot 200}{1200 - 200} = 52,876 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}};$$

– кислорода

$$\mu_{\text{pm}}|_{200}^{1200} = \frac{33,63 \cdot 1200 - 29,93 \cdot 200}{1200 - 200} = 34,37 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}};$$

– азота

$$\mu_{\text{pm}}|_{200}^{1200} = \frac{31,82 \cdot 1200 - 29,29 \cdot 200}{1200 - 200} = 32,326 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Средние объемные изобарные теплоемкости компонентов смеси газов при нормальных условиях:

– углекислого газа

$$c'_{\text{pm, н.у}} = \frac{\mu c_{\text{pm}}}{V_{\mu \text{ н.у}}},$$

$$c'_{\text{pm, н.у}} = \frac{52,876}{22,4} = 2,36 \frac{\text{кДж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}};$$

– кислорода

$$c'_{\text{pm, н.у}} = \frac{34,37}{22,4} = 1,534 \frac{\text{кДж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}};$$

– азота

$$c'_{\text{pm, н.у}} = \frac{32,326}{22,4} = 1,44 \frac{\text{кДж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}}.$$

Средняя объемная изобарная теплоемкость смеси газов

$$\begin{aligned} c'_{\text{pmсм}} &= \sum_{i=1}^n r_i \cdot c'_{\text{pm}_i} = 0,145 \cdot 2,36 + 0,065 \cdot 1,534 + 0,79 \cdot 1,44 = \\ &= 1,58 \frac{\text{кДж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}}. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } c'_{\text{pm, н.у}} = 1,58 \frac{\text{кДж}}{\text{нм}^3 \cdot \text{К}}.$$

Задача 4

Истинная молярная изобарная теплоёмкость газовой смеси, у которой $\mu = 38$ кг/кмоль выражается уравнением

$$\mu c_p = 30 + 0,0025 \cdot t + 0,000001 \cdot t^2, \quad \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

В изохорном процессе смесь нагревается от 80 °С до 700 °С. Определить затрату теплоты на нагрев 6 кг смеси.

Решение

Теплота изохорного процесса рассчитывается по формуле

$$Q_v = m \cdot q_v,$$

$$\text{где } q_v = \int_{t_1}^{t_2} c_v \cdot dt,$$

$$c_v = \frac{\mu c_p}{\mu} = \frac{\mu c_p - R_{\mu}}{\mu} = \frac{30 + 0,0025 \cdot t + 0,000001 \cdot t^2 - 8,314}{38} =$$

$$= \frac{21,686 + 0,0025 \cdot t + 0,000001 \cdot t^2}{38}.$$

$$q_v = \int_{80}^{700} \frac{21,686 + 0,0025 \cdot t + 0,000001 \cdot t^2}{38} \cdot dt =$$

$$= \frac{1}{38} \Big|_{80}^{700} 21,686 \cdot t + 0,0025 \cdot \frac{t^2}{2} + 0,000001 \cdot \frac{t^3}{3} = 372,7 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

$$Q_v = 6 \cdot 372,7 = 2236 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q_v = 2236 \text{ кДж}.$

Контрольные задачи

1. Газовая постоянная смеси водорода и метана равна 2520 Дж/(кг К). Определить массовый и объёмный состав смеси.

$$\text{Ответ: } r_{\text{H}_2} = 0,907; \quad r_{\text{CH}_4} = 0,093;$$

$$g_{\text{H}_2} = 0,55; \quad g_{\text{CH}_4} = 0,45.$$

2. Смесь состоит из азота и двуокиси углерода. При температуре 27 °С и манометрическом давлении 2 бара 4 кг смеси занимают объём 0,96 м³. Считая газы идеальными, определить для смеси газовую постоянную, молярную массу, плотность и удельный объём, а также парциальные давления компонентов смеси, если ртутный барометр при температуре 27 °С показывает давление атмосферного воздуха 730 мм рт. ст.

Ответ: $R = 237 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $\mu = 35 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$; $v = 0,24 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$;

$$p = 4,16 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad p_{\text{N}_2} = 1,67 \text{ бар}; \quad p_{\text{CO}_2} = 1,33 \text{ бар}.$$

3. Смесь идеальных газов состоит по массе из 20% CO_2 , 15% CO , 10% O_2 , 55% N_2 . Определить объемный состав смеси, парциальные давления газов, входящих в смесь, молярную и массовую изохорные теплоемкости смеси, если давление смеси 0,5 МПа.

Ответ: $r_{\text{CO}_2} = 0,139$; $p_{\text{CO}_2} = 0,0695 \text{ МПа}$;

$r_{\text{CO}} = 0,164$; $p_{\text{CO}} = 0,082 \text{ МПа}$;

$r_{\text{O}_2} = 0,096$; $p_{\text{O}_2} = 0,048 \text{ МПа}$;

$r_{\text{N}_2} = 0,601$; $p_{\text{N}_2} = 0,3005 \text{ МПа}$;

$$c_{v_{\text{см}}} = 0,7216 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \quad \mu c_{v_{\text{см}}} = 23,87 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

4. Смесь идеальных газов состоит из 6 кг CO_2 , 4 кг O_2 и 10 кг N_2 . Определить газовую постоянную смеси, молярную массу смеси и массовую изобарную теплоемкость смеси.

Ответ: $R_{\text{см}} = 256,35 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $\mu_{\text{см}} = 32,43 \text{ кг}/\text{кмоль}$;
 $c_{p_{\text{см}}} = 0,5906 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

5. Определить массовую изохорную и изобарную теплоемкости смеси идеальных газов, если задан объемный состав смеси: 10% водорода, 10% окиси углерода, 40% углекислого газа, 40% азота.

Ответ: $c_v = 0,706 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $c_p = 0,976 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

6. Вычислить среднюю массовую теплоемкость воздуха при постоянном давлении в интервале температур $200^\circ\text{C} \div 800^\circ\text{C}$, если:

а) заданы средние массовые изобарные теплоемкости

$$c_{pm}|_0^{200} = 1,0115 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_{pm}|_0^{800} = 1,0710 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

б) задана средняя молярная изобарная теплоемкость воздуха, которая определяется формулой

$$\mu c_{pm} = 28,827 + 0,0027080 \cdot t.$$

Ответ: а) $c_{pm}|_{200}^{800} = 1,09 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$

б) $c_{pm}|_{200}^{800} = 1,088 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$

1.3. Термодинамические процессы изменения состояния идеальных газов

Теоретическая справка

Термодинамические процессы газов разделяют на *политропные* и *изотропные* процессы (*изопроцессы*). В *политропных* процессах одновременно изменяются все параметры состояния. В *изотропных* процессах один из параметров не изменяется.

Основные изопроцессы изменения состояния идеального газа (изобарный, изохорный, изотермический, адиабатный) являются частными случаями политропного процесса, уравнение которого имеет вид

$$p \cdot v^n = \text{const},$$

где n – показатель политропы.

Показатель политропы рассчитывают по формуле

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v},$$

где c – удельная массовая теплоемкость политропного процесса, Дж/(кг·К); c_p – удельная массовая теплоемкость при постоянном давлении (изобарная теплоемкость), Дж/(кг·К); c_v – удельная массовая теплоемкость при постоянном объеме (изохорная теплоемкость), Дж/(кг·К).

Выражение для расчета теплоемкости политропного процесса

$$c = c_v \frac{k - n}{1 - n},$$

где $k = c_p / c_v$ – показатель адиабаты (коэффициент Пуассона).

Основные термодинамические процессы и значение теплоемкости для этих процессов получают при следующих значениях показателя политропы:

– изобарный процесс $p = \text{const}$, $n = 0$.

$$p \cdot v^0 = p = \text{const},$$

теплоемкость изобарного процесса равна $c = c_p$;

– изохорный процесс $v = \text{const}$, $n = \pm\infty$.

$$p \cdot v^n = p^{\frac{1}{n}} \cdot v = v = \text{const},$$

теплоемкость изохорного процесса равна $c = c_v$;

– изотермический процесс $T = \text{const}$, $n = 1$.

$$p \cdot v^1 = p \cdot v = \text{const},$$

теплоемкость изотермического процесса равна $c = +\infty$ при расширении и $c = -\infty$ при сжатии газа;

– адиабатный процесс $\delta q = 0$, $n = k$.

$$p \cdot v^n = \text{const},$$

теплоемкость адиабатного процесса равна $c = 0$.

Анализ и расчет политропных процессов идеальных газов проводится на основании уравнений и законов термодинамики и включает в себя:

- расчет термических параметров p , v и T для начальной и конечной точек процесса;
- расчет удельной теплоты на процессе q ;
- расчет работы изменения объема ℓ ;
- расчет изменения внутренней энергии Δu , энтальпии Δh и энтропии Δs .

Расчетные формулы вышеуказанных величин приведены в табл. 3.

Расчет изменения термических и энергетических параметров изменения состояния идеального газа должен быть дополнен построением графика процесса в p, v – и T, s – диаграммах.

Термодинамические процессы в p, v - и T, s - диаграммах изображены на рис. 1 и рис. 2.

Таблица 3. Расчетные формулы термодинамических процессов изменения состояния идеальных газов

Процесс	c	n	α	p, v, T	l
$p = \text{const}$	c_p	0	$\frac{1}{k}$	$\frac{v}{T} = \text{const}$	$p \cdot \Delta v = R \cdot \Delta t$
$v = \text{const}$	c_v	$\pm\infty$	1	$\frac{p}{T} = \text{const}$	0
$T = \text{const}$	∞	1	0	$p \cdot v = \text{const}$	$RT \ln \frac{p_1}{p_2}$
$dq = 0$	0	k	∞	$p \cdot v^k = \text{const}$ $T \cdot v^{k-1} = \text{const}$ $T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = \text{const}$	$u_1 - u_2 = c_v \cdot (T_1 - T_2) =$ $= (p_1 v_1 - p_2 v_2) / (k - 1)$
Политропный	$c_v \cdot \frac{n-k}{n-1}$	$\frac{c_p - c}{c_v - c}$	$\frac{1-n}{k-n}$	$p \cdot v^n = \text{const}$ $T \cdot v^{n-1} = \text{const}$ $T \cdot p^{\frac{1-n}{n}} = \text{const}$	$\frac{R}{n-1} \cdot (T_1 - T_2) =$ $= \frac{1}{n-1} \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2)$

Продолжение табл. 3

Процесс	Δs	q	$\Delta u, \Delta h$
$p = \text{const}$	$c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$	$c_p \cdot \Delta t$	$\Delta u = c_v \Delta t, \Delta h = c_p \Delta t$
$v = \text{const}$	$c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$	$c_v \cdot \Delta t$	
$T = \text{const}$	$R \ln \frac{p_1}{p_2}$	$RT \ln \frac{p_1}{p_2}$	
$dq = 0$	0	0	
Политропный	$c \cdot \ln(T_2/T_1)$	$c \cdot \Delta t$	

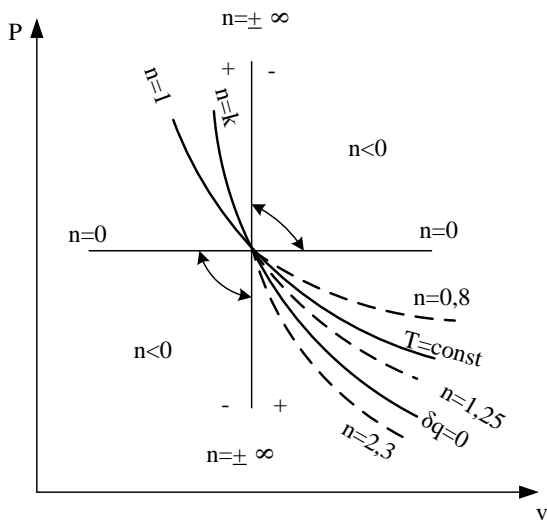


Рис.1. Политропные процессы изменения состояния идеальных газов в p,v -диаграмме

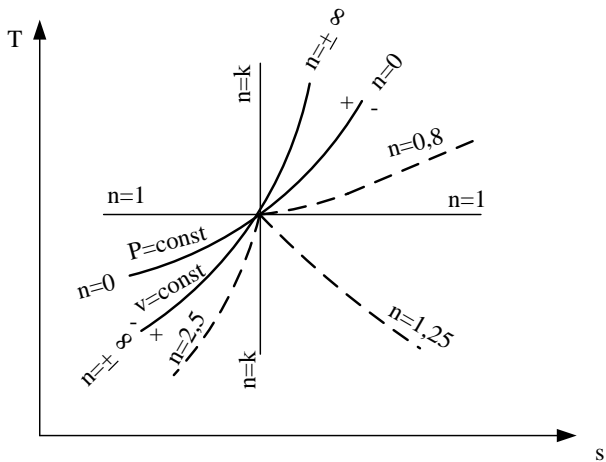


Рис.2. Политропные процессы изменения состояния идеальных газов в T,s -диаграмме

Рассмотрим изотермический процесс расширения 1-2 и сжатия 1-2' идеального газа (рис.3)

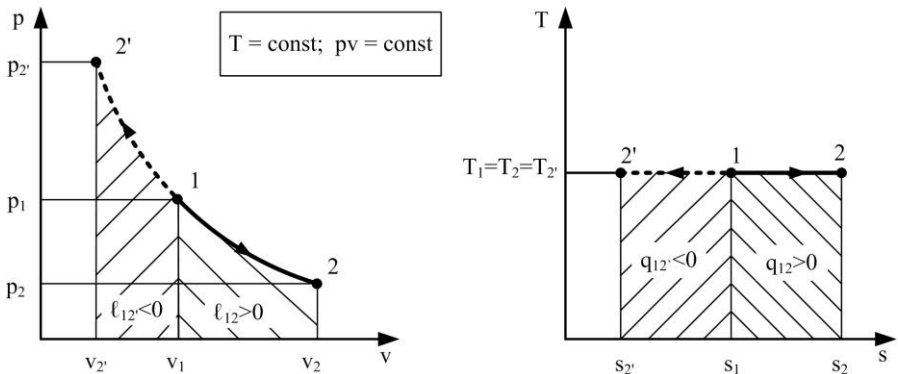


Рис.3.Изотермический процесс расширения идеального газа

расширения и сжатия

При *изотермическом расширении* идеального газа ($v \uparrow \Rightarrow dv > 0$) совершается положительная работа, т.к. в этом случае $dv > 0$ и из определения механической работы $\delta \ell = p dv$ следует $\delta \ell > 0$. При этом из закона Бойля – Мариотта $p \cdot v = \text{const}$ видно, что с увеличением объема газа давление падает ($p \downarrow \Rightarrow dp < 0$). Из условия изотермического процесса ($T = \text{const} \Rightarrow dT = 0$) очевидно, что внутренняя энергия газа и энтальпия не изменяются ($u = \text{const} \Rightarrow du = 0$ и $h = \text{const} \Rightarrow dh = 0$). С учетом $du = 0$ первый закон термодинамики принимает вид $\delta q = \delta \ell$, на основании которого можно сделать вывод, что положительная работа изменения объема (работа расширения $\delta \ell > 0$) происходит при подводе теплоты $\delta q > 0$ и, следовательно, с увеличением энтропии ($s \uparrow \Rightarrow ds > 0$). Кратко можно записать, что при изотермическом расширении функции состояния постоянны, а термодинамические параметры, работа и теплота изменяются следующим образом:

$$T = \text{const}; \quad v \uparrow; \quad p \downarrow; \quad u = h = \text{const}; \quad s \uparrow$$

или

$$dT = 0; \quad dv > 0; \quad dp < 0; \quad du = 0; \quad dh = 0; \quad ds > 0;$$

$$\delta\ell > 0; \quad \delta q > 0; \quad \delta q = \delta\ell.$$

При *изотермическом сжатии* идеального газа ($v \downarrow \Rightarrow dv < 0$) направление процесса изменяется на противоположное (процесс 1-2'), а изменение термодинамических параметров, работы и теплоты меняет знак:

$$T = \text{const}; \quad v \downarrow; \quad p \uparrow; \quad u = h = \text{const}; \quad s \downarrow$$

или

$$dT = 0; \quad dv < 0; \quad dp > 0; \quad du = 0; \quad dh = 0; \quad ds < 0;$$

$$\delta\ell < 0; \quad \delta q < 0; \quad \delta q = \delta\ell.$$

Анализ политропного процесса изменения состояния идеальных газов

Условие. Идеальный двухатомный газ политропно расширяется с показателем политропы $n = 0,4$.

Анализ. Из уравнения $p v^n = p v^{0,4} = \text{const}$ следует, что при расширении по политропе с $n = 0,4$ давление газа понижается, так как $v_2 > v_1$, по условию.

Изменение температуры определяется по уравнению $T v^{n-1} = T v^{0,41} = \frac{T}{v^{0,6}} = \text{const}$. Так как $v_2 > v_1$ по условию, то процесс протекает с повышением температуры $T_2 > T_1$, поэтому и с увеличением внутренней энергии $u_2 > u_1$ ($\Delta u > 0$) и энтальпии $h_2 > h_1$ ($\Delta h > 0$).

Согласно уравнению первого закона термодинамики $dq = du + d\ell$, так как $dv > 0$ и $d\ell > 0$ (по условию), $du > 0$, то $dq > 0$. Теплота на исследуемом процессе подводится, следовательно, *энтропия увеличивается*.

Изобразим политропный процесс расширения идеального газа с показателем политропы $n = 0,4$ в p, v - и T, s -диаграммах

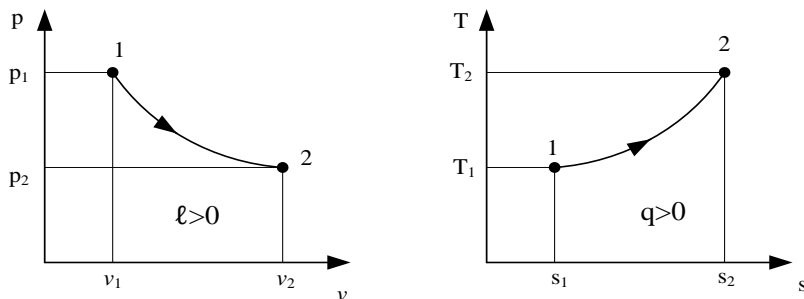


Рис.4. Политропный процесс расширения ($n=0,4$) идеального газа в p, v - и T, s - диаграммах.

Примеры решения задач

Задача 1

1 кг азота ($\mu = 28$ кг/кмоль) с начальными параметрами $p_0 = 10$ бар и $t_0 = 300^\circ\text{C}$ расширяется. При этом объём газа увеличивается в 5 раз.

Процессы расширения газа:

- а) изобарный;
- б) изотермический;
- в) адиабатный.

Определить количество теплоты, работу изменения объёма, изменение внутренней энергии и изменение энтропии.

Изобразить процессы в p, v – и T, s – диаграммах.

Решение

Процессы в p, v – и T, s – диаграммах изображены на рис.5.

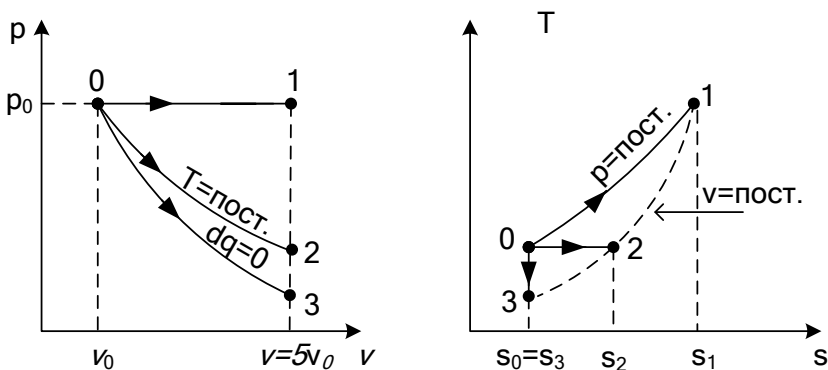


Рис.5. Процесс расширения газа:

- 0-1 – изобарный процесс расширения идеального газа;
- 0-2 – изотермический процесс расширения идеального газа;
- 0-3 – адиабатный процесс расширения идеального газа.

а) Изобарный процесс $p = \text{const}$

По условию $p_0 = 10$ бар, $T_0 = 300 + 273 = 573$ К.

При $p = \text{const}$ $\frac{T_1}{T_0} = \frac{v_1}{v_0} = 5$.

Конечная температура газа

$$T_1 = 5 \cdot T_0 = 5 \cdot 573 = 2865 \text{ К} \approx 2592^{\circ}\text{С}.$$

Количество теплоты на изобарном процессе

$$q = c_p \cdot (t_1 - t_0) = 1,04 \cdot (2592 - 300) = 2383 \text{ кДж / кг},$$

где массовая изобарная теплоёмкость

$$c_p = 4,157 \cdot \frac{(i + 2)}{\mu} = 4,157 \cdot \frac{7}{28} = 1,04 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}.$$

Работа изменения объёма

$$\ell = R \cdot (t_1 - t_0) = 0,2969 \cdot (2592 - 300) = 681 \text{ кДж / кг},$$

где газовая постоянная

$$R = \frac{R_{\mu}}{\mu} = \frac{8314}{28} = 296,9 \text{ Дж / (кг} \cdot \text{К)} = 0,2969 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}.$$

Работа изменения объёма для изобарного процесса может быть определена также по формуле

$$\ell = p \cdot (v_1 - v_0) = 10^3 \cdot (0,851 - 0,1702) = 681 \text{ кДж/кг},$$

где $v_0 = \frac{R \cdot T_0}{p_0}$, $v_1 = 5 \cdot v_0$ по условию.

$$v_0 = \frac{296,9 \cdot 573}{10^6} = 0,1702 \text{ м}^3 / \text{кг},$$

$$v_1 = 5 \cdot 0,1702 = 0,851 \text{ м}^3 / \text{кг}.$$

Изменение внутренней энергии

$$u_1 - u_0 = c_v \cdot (t_1 - t_0) = 0,742 \cdot (2592 - 300) = 1702 \text{ кДж / кг},$$

где $c_v = 4,157 \cdot \frac{i}{\mu} = 4,157 \cdot \frac{5}{28} = 0,742 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}$.

Проверка:

$$q = \Delta u + \ell = 1702 + 681 = 2383 \text{ кДж / кг}.$$

Изменение энтропии

$$\Delta s = c_p \cdot \ln \frac{T_1}{T_0} = 1,04 \cdot \ln \frac{2865}{573} = 1,67 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}$$

Конечное давление: $p_1 = p_0 = 10 \text{ бар}$.

б) Изотермический процесс $T = \text{const}$

По условию $p_0 = 10 \text{ бар}$, $T_2 = T_0 = 573\text{К}$, $\frac{v_2}{v_0} = 5$.

При $T = \text{const}$ $p v = \text{const}$ и $\frac{p_0}{p_2} = 5$.

Конечное давление $p_2 = \frac{p_0}{5} = \frac{10}{5} = 2 \text{ бар}$.

При $T = \text{const}$ $u = \text{const}$ и $\Delta u = 0$, т.е. внутренняя энергия газа не изменяется.

Количество теплоты на изотермическом процессе равно работе изменения объёма.

$$q = \ell = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_2}{p_0} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_0} = 0,2969 \cdot 573 \cdot \ln 5 =$$

$$= 274 \text{ кДж/кг.}$$

Изменение энтропии

$$\Delta s = \frac{q}{T} = \frac{274}{573} = 0,48 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К).}$$

в) Адиабатный процесс $dq = 0$

По условию $p_0 = 10 \text{ бар}$, $T_0 = 573 \text{ К}$, $\frac{v_3}{v_0} = 5$.

Уравнение адиабатного процесса $p v^k = \text{пост}$, в котором показатель адиабаты для двухатомных газов

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i} = 1,4.$$

Конечное давление

$$p_3 = p_0 \cdot \left(\frac{v_0}{v_3} \right)^k = 10 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{1,4} = \frac{10}{5^{1,4}} = 1,05 \text{ бар.}$$

Конечная температура определяется по уравнению $T v^{k-1} = \text{пост.}$:

$$T_3 = T_0 \cdot \left(\frac{v_0}{v_3} \right)^{k-1} = 573 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{1,4-1} = \frac{573}{5^{0,4}} = 301,5 \text{ К} = 28,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Для адиабатного процесса: $q = 0$, $\Delta s = 0$, $s = \text{const}$.

Работа изменения объёма

$$\ell = -\Delta u = u_0 - u_3 = c_v \cdot (t_0 - t_3) = 0,742 \cdot (300 - 28,5) =$$

$$= 201,5 \text{ кДж/кг.}$$

Ответ: а) $q = 2383 \text{ кДж/кг}$;

$$\ell = 681 \text{ кДж/кг};$$

$$\Delta u = 1702 \text{ кДж/кг};$$

$$\Delta s = 1,67 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } q &= \ell = 274 \text{ кДж/кг}; \\ \Delta u &= 0; \\ \Delta s &= 0,48 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } q &= 0; \\ \ell &= -\Delta u = 201,5 \text{ кДж/кг}; \\ \Delta s &= 0. \end{aligned}$$

Задача 2

1 м³ воздуха ($\mu = 28,96$ кг/кмоль) с начальными параметрами $p_1 = 8$ бар и $t_1 = 160$ °С расширяется политропно до $p_2 = 1$ бар и $t_2 = 52$ °С. Определить количество теплоты, полученное 1 м³ воздуха, работу изменения объема, изменение внутренней энергии.

Решение

Определим показатель политропы из уравнения:

$$\begin{aligned} T_1 \cdot p_1^{\frac{1-n}{n}} &= T_2 \cdot p_2^{\frac{1-n}{n}}; & \frac{T_1}{T_2} &= \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-n}{n}}; \\ \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) &= \frac{1-n}{n} \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right); & \frac{1-n}{n} &= \frac{\ln \left(\frac{433}{325} \right)}{\ln \left(\frac{1}{8} \right)}; \end{aligned}$$

$$0,287 \cdot n = (1-n) \cdot (-2,08); \quad n = 1,16.$$

Масса воздуха

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 1}{287 \cdot (273 + 160)} = 6,42 \text{ кг},$$

$$\text{где } R = \frac{R_\mu}{\mu} = \frac{8314}{28,96} = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Количество теплоты

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = 6,42 \cdot (-1,079) \cdot (52 - 160) = \\ &= 748,2 \text{ кДж}, \end{aligned}$$

$$\text{где } c = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} = R \cdot \frac{i}{2} \cdot \frac{n-k}{n-1} = \frac{8,314}{28,96} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1,16-1,4}{1,16-1} =$$

$$= -1,079 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Работа изменения объема

$$L = m \cdot \ell = m \cdot \frac{R}{n-1} \cdot (t_1 - t_2) = 6,42 \cdot \frac{0,287}{1,16-1} \cdot (160 - 52) =$$

$$= 1246,2 \text{ кДж}.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = m \cdot \Delta u = m \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1) = 6,42 \cdot \frac{8,314}{28,96} \cdot \frac{5}{2} \cdot (52 - 160) =$$

$$= -498,5 \text{ кДж}.$$

Ответ : $n = 1,16$; $Q = 748,2 \text{ кДж}$; $L = 1246,7 \text{ кДж}$;

$\Delta U = -498,5 \text{ кДж}$.

Контрольные задачи

1. Воздух расширяется по политропе с показателем $n = 1,2$ от $p_1 = 6$ бар и $t_1 = 320$ °С до $p_2 = 1$ бар. Определить параметры начальной и конечной точек процесса, затрату теплоты, работу изменения объема на 1 кг воздуха и изобразить процесс в p, v – и T, s – диаграммах.

Ответ : $v_1 = 0,284 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$; $v_2 = 1,26 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$; $T_2 = 439 \text{ К}$;

$q_{1-2} = 110,6 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$; $\ell_{1-2} = 220 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

2. Газовая смесь имеет состав по массе: $\text{H}_2 = 10\%$, $\text{CO}_2 = 10\%$, $\text{CH}_4 = 30\%$, $\text{N}_2 = 50\%$. Начальные параметры смеси $p_1 = 2$ бар, $t_1 = 27$ °С. Определить конечную температуру и работу сжатия, если смесь сжимается адиабатно до

давления $p_2 = 10$ бар. Изобразить процесс в p, v - и T, s -диаграммах.

Ответ: $t_2 = 195$ °С; $\ell = -325$ кДж/кг.

3. Воздух массой 1,5 кг сжимается политропно от $p_1 = 0,09$ МПа и $t_1 = 18$ °С до $p_2 = 1$ МПа. Температура при этом повышается до $t_2 = 125$ °С. Определить показатель политропы, конечный объём, затраченную работу и количество отведенной теплоты. Изобразить процесс в p, v - и T, s -диаграммах.

Ответ: $n = 1,149$; $V_2 = 0,171$ м³; $L = -309,2$ кДж;
 $Q = -195,4$ кДж.

4. Определить, является ли политропным процесс сжатия газа, для которого параметры трёх точек имеют следующие значения: $p_1 = 0,12$ МПа, $t_1 = 30$ °С; $p_2 = 0,36$ МПа, $t_2 = 91$ °С; $p_3 = 0,54$ МПа, $t_3 = 116$ °С. Изобразить процесс в p, v - и T, s -диаграммах.

Ответ: процесс политропный $n = 1,2$.

5. Кислород массой 1 кг при начальном давлении 2 МПа и температуре 300 °С расширяется политропно до давления 0,25 МПа. Конечный объём 0,35 м³/кг. Определить количество теплоты процесса, работу изменения объёма, изменение внутренней энергии, энтальпии и энтропии. Изобразить процесс в p, v - и T, s -диаграммах.

Ответ: $q = 28,1$ кДж/кг; $\Delta u = -153,4$ кДж/кг;

$\ell = 181,5$ кДж/кг; $\Delta h = -224,2$ кДж/кг;

$\Delta s = 0,066$ кДж/(кг · К).

6. Углекислый газ, занимающий объём 4 м³ и имеющий начальную температуру 20 °С, нагревается при постоянном объёме. При этом его давление повышается от 0,1 МПа до 0,3 МПа. Затем газ адиабатно расширяется до давления 0,15 МПа. Определить количество теплоты, работу изменения объёма, изменение внутренней энергии, из-

менение энтропии и энтальпии для каждого процесса. Изобразить процессы в p, v - и T, s - диаграммах.

Ответ: а) $L = 0$; $Q = 2398,9$ кДж;

$$\Delta H = 3198,5 \text{ кДж};$$

$$\Delta S = 4,498 \text{ кДж/К};$$

$$\Delta U = Q = 2398,9 \text{ кДж}.$$

б) $Q = 0$; $L = 570$ кДж;

$$\Delta U = -570 \text{ кДж};$$

$$\Delta H = -758 \text{ кДж}; \Delta S = 0.$$

1.4. Свойства воды и водяного пара. Процессы водяного пара

Теоретическая справка

Вода может существовать в трех фазовых состояниях: твердом – лед, жидком – вода и газообразном – пар.

Водяной пар – реальный газ, у которого связь между параметрами и функциями состояния найдена только опытным путем. Результаты экспериментов представлены в виде таблиц и диаграмм. Превращение жидкости в пар может быть в виде *испарения* и в виде *кипения*.

Испарение – образование пара на поверхности твердой или жидкой фазы.

Кипение – образование пара либо в объеме жидкости – объемное кипение, либо на твердой поверхности под слоем жидкости – поверхностное кипение.

Существует три состояния водяного пара:

- влажный насыщенный водяной пар;
- сухой насыщенный водяной пар;
- перегретый водяной пар.

Двухфазную смесь жидкость – пар в состоянии насыщения называют *влажным насыщенным водяным паром*.

Масса влажного насыщенного водяного пара равна сумме жидкости и сухого пара:

$$m = m_{\text{ж}} + m_{\text{п}},$$

где $m_{\text{ж}}$ – масса жидкости, кг; $m_{\text{п}}$ – масса пара, кг.

Насыщенный водяной пар, не содержащий жидкости, называют *сухим насыщенным водяным паром* ($m_{\text{ж}} = 0$).

Температуру и давление, при которых происходят кипение жидкости и конденсация водяного пара, называют температурой насыщения и давлением насыщения. Пар с температурой выше температуры насыщения при данном давлении называют *перегретым водяным паром*.

Для характеристики влажного насыщенного водяного пара вводят понятие *степени сухости* пара, которая равна отношению массы сухого насыщенного пара $m_{\text{п}}$ к массе двухфазной смеси жидкость – пар:

$$x = \frac{m_{\text{п}}}{m},$$

где $m = m_{\text{ж}} + m_{\text{п}}$ – масса влажного пара, кг.

Степень сухости изменяется в пределах от нуля до единицы $0 \leq x \leq 1$. При $x = 0$ вода находится в состоянии кипящей жидкости, а при $x = 1$ – в состоянии сухого насыщенного водяного пара.

Отношение массы жидкости к массе влажного насыщенного водяного пара называют *степенью влажности*:

$$1 - x = \frac{m_{\text{ж}}}{m}.$$

Определение фазового состояния и значений параметров состояния выполняют по таблицам термодинамических свойств воды и водяного пара [1].

Таблицы свойств воды и водяного пара построены путем аппроксимации экспериментальных данных, получен-

ных для базовых точек p - t пространства. В табл. 1 и 2 [1] приведены значения удельных объемов, энтальпии и энтропии жидкости и пара на линии насыщения и значения удельной теплоты парообразования. Указанные величины приведены в зависимости от температуры [1, табл. 1] и в зависимости от давления [1, табл. 2].

Значения удельных объемов, энтальпии и энтропии для жидкости и перегретого пара приведены в зависимости от температуры по изобарам в табл. 3 [1].

В таблицах не приведено значение внутренней энергии, поэтому внутреннюю энергию рассчитывают по формуле

$$u = h - p \cdot v ,$$

где h – энтальпия, кДж/кг; p – давление, кПа; v – удельный объем, м³/кг.

Экспериментально найденные свойства воды и водяного пара оформлены в виде 6 таблиц.

Таблица 1. Термодинамические свойства воды и водяного пара в состоянии насыщения (аргумент – температура);

Таблица 2. Термодинамические свойства воды и водяного пара в состоянии насыщения (аргумент – давление);

Таблица 3. Термодинамические свойства воды и перегретого пара;

Таблица 4. Истинная массовая изобарная теплоемкость воды и водяного пара;

Таблица 5. Динамическая вязкость воды и водяного пара;

Таблица 6. Теплопроводность воды и водяного пара.

На основе данных, приведенных в таблицах термодинамических свойств воды и водяного пара, построены диаграммы, которые наглядно показывают области воды, влажного насыщенного водяного пара и перегретого пара. Кроме этого при помощи диаграмм можно изображать

процессы изменения состояния воды и водяного пара и проводить инженерные расчеты циклов теплоэнергетических установок.

Рассмотрим три наиболее используемые в термодинамических расчетах диаграммы воды и водяного пара, построенные в координатах: давление – удельный объем ($p-v$), абсолютная температура – удельная энтропия ($T-s$) и удельная энтальпия – удельная энтропия ($h-s$). Фазовые диаграммы p,v –, T,s – и h,s – изображены на рис. 6, рис. 7 и рис. 8 соответственно.

В диаграммах критическая точка К имеет параметры:

- критическое давление $p_{кр} = 22,115$ МПа;
- критическая температура $t_{кр} = 374,12$ °С;
- критический удельный объем $v_{кр} = 0,003147$ м³/кг.

В этой точке исчезают различия между жидкой и паровой фазами воды.

В критической точке соединяются *нижняя пограничная кривая* KL и *верхняя пограничная кривая* KD. Пограничные кривые делят область диаграммы на 3 части:

- левее кривой KL вода находится в состоянии капельной жидкости;
- правее кривой KD расположена область перегретого пара;
- между кривыми KL и KD находится влажный насыщенный водяной пар.

Во всех точках *нижней пограничной кривой* вода находится в состоянии кипения при температуре насыщения, поэтому линию KL также называют *кривой кипящей жидкости*.

Во всех точках *верхней пограничной кривой* вещество находится в состоянии *сухого насыщенного водяного пара*, поэтому линию KD также называют *линией сухого насыщенного пара*.

Область выше пограничных кривых отражает сверхкритическое состояние воды, при котором нет явного различия между жидкостью и паром.

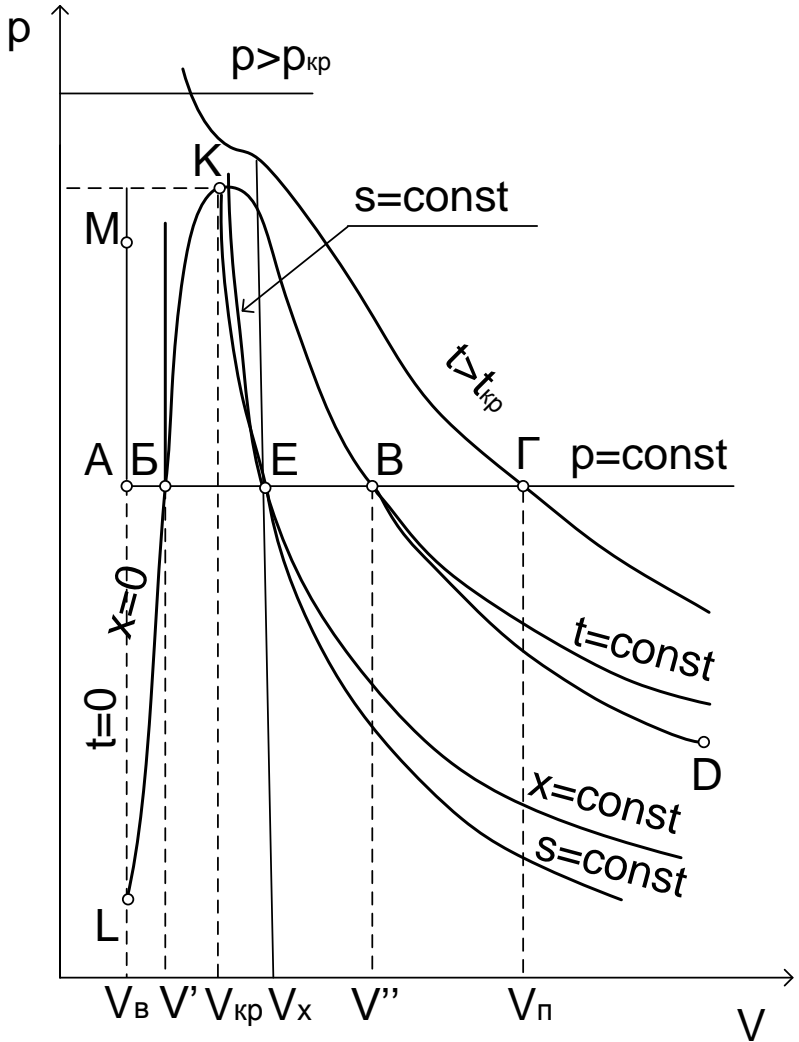


Рис. 6. Фазовая (p, v) – диаграмма водяного пара

На диаграммах нанесены изобары, изохоры, изотермы, адиабаты и линии постоянной степени сухости. Параметры вещества на линии кипящей жидкости при степени сухости $x = 0$ обозначают с верхним индексом «один штрих». Например, v', s', h' и т.д. Параметры вещества на линии сухого насыщенного водяного пара при степени сухости $x = 1$ обозначают с верхним индексом «два штриха». Например, v'', s'', h'' и т.д.

Параметры влажного насыщенного водяного пара рассчитываются по формулам прямой пропорциональной зависимости от степени сухости x . Например, формула для расчета удельного объема влажного насыщенного водяного пара имеет вид:

$$v_x = x \cdot v'' + (1 - x) \cdot v'$$

или

$$v_x = v' + x \cdot (v'' - v'),$$

где v' – параметры удельного объема на кривой кипящей жидкости $x = 0$, а v'' – параметры удельного объема на линии сухого насыщенного водяного пара $x = 1$.

Параметры и функции состояния перегретого пара обозначают символами без индексов. Например, v, s, h и т.д.

Для анализа изменения фазового состояния воды на всех трех диаграммах (рис.6, рис. 7 и рис.8) изображен изобарный процесс нагрева воды АБЕВГ. На участке АБ происходит нагрев воды в состоянии капельной жидкости до температуры насыщения при данном давлении t_n . В точке Б, расположенной на нижней пограничной кривой, вода кипит при температуре насыщения. На участке БВ – участке влажного насыщенного водяного пара – происхо-

дит переход капельной жидкости (т. Б) в состояние сухого насыщенного водяного пара (т. В). Точка В Расположена на верхней пограничной кривой. Процесс парообразования происходит при постоянном давлении насыщения p_n и постоянной температуре насыщения t_n . При дальнейшем подводе теплоты происходит перегрев водяного пара при данном давлении – процесс ВГ.

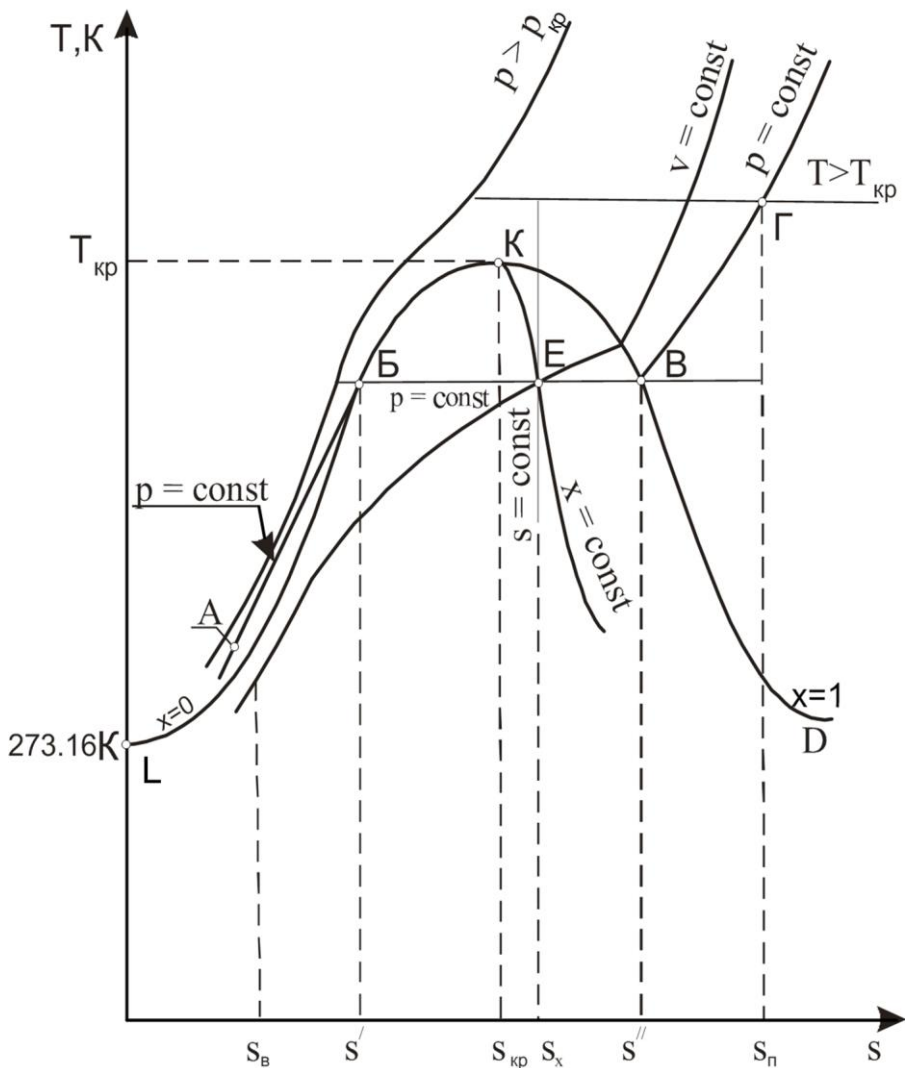


Рис.7. Фазовая (T, s) – диаграмма водяного пара

В T, s – диаграмме площадь под кривой AB равна теплоте, затрачиваемой на нагрев воды до состояния насыщения q_v . Площадь под кривой BB равна теплоте фазового перехода r . Площадь под кривой $BГ$ равна теплоте, затрачиваемой на перегрев пара $q_{пер}$.

В p, v – диаграмме LM изотерма $t = 0^\circ\text{C}$ является одновременно и изохорой в силу малой сжимаемости воды.

Диаграмма h, s –, предложенная в 1904 году французским инженером Р. Молье, нашла широкое применение для анализа и расчета циклов теплоэнергетических установок. Преимущество h, s – диаграммы заключается в удобстве расчета количества теплоты, затрачиваемого на изобарном процессе, которое равно разности ординат на диаграмме.

При расчете процессов водяного пара выполняют следующие действия:

- находят начальные и конечные параметры воды и водяного пара;

- рассчитывают количество теплоты и работу изменения объема;

- строят процессы в T, s – и h, s – диаграммах без масштаба, но в соответствии с заданными условиями.

Определение параметров воды и водяного пара выполняют по таблицам термодинамических свойств воды и водяного пара и h, s – диаграмме.

Формулы для расчета основных процессов изменения состояния водяного пара приведены в табл. 4.

Таблица 4. Расчет процессов изменения состояния водяного пара

Процесс	q	ℓ
p = const	q = h ₂ – h ₁	ℓ = p·(v ₂ – v ₁)
v = const	q = u ₂ – u ₁ = =(h ₂ – h ₁) – –v·(p ₂ – p ₁)	ℓ = 0
T = const	q = T·(s ₂ – s ₁)	ℓ = q – Δu = = q – (u ₂ – u ₁), u ₂ – u ₁ = (h ₂ – h ₁) – –(p ₂ ·v ₂ – p ₁ ·v ₁)
dq = const s = const)	q = 0	ℓ = u ₁ – u ₂ = =(h ₁ – h ₂) – –(p ₁ ·v ₁ – p ₂ ·v ₂)

Примеры решения задач

Задача 1

Определить температуру, удельный объем, плотность, энтропию, энтальпию сухого насыщенного водяного пара при давлении 1 МПа.

Решение

При p = 1 МПа = 1·10⁶ Па [1, табл. 2] параметры сухого насыщенного пара:

удельный объем v'' = 0,1943 м³/кг;

энтальпия h'' = 2777,1 кДж/кг;

энтропия s'' = 6,5850 кДж/(кг·К).

Температура сухого насыщенного пара равна температуре насыщения и составляет 179,89 °С.

Плотность сухого насыщенного пара

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,1943} = 5,15 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Задача 2

Определить фазовое состояние воды и ее параметры при $p = 1$ МПа и $t = 100$ °С.

Решение

При $p = 1$ МПа температура кипения воды $t = t_n = 179,89$ °С. Так как по условию $t < t_n$, то фазовое состояние воды – жидкость, не нагретая до кипения. По [1;табл. 3] параметры воды при $p = 1$ МПа и $t = 100$ °С:

$$v = 0,0010430 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$h = 419,8 \text{ кДж/кг};$$

$$s = 1,3063 \text{ кДж/(кг·К)}.$$

Задача 3

В сосуде объёмом 3 м^3 при давлении $0,2$ МПа находится 5 кг водяного пара. Определить параметры пара.

Решение

$$\text{Удельный объём пара } v = \frac{V}{m} = \frac{3}{5} = 0,6 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}.$$

При $p = 0,2$ МПа $= 2 \cdot 10^5$ Па по таблицам термодинамических свойств воды и водяного пара [1]:

$$\text{удельный объём кипящей жидкости } v' = 0,0010605 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}};$$

удельный объём сухого насыщенного пара

$$v'' = 0,88574 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}.$$

Так как $v = 0,6 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$, т.е. $v' < v < v''$, фазовое состояние водяного пара – влажный насыщенный пар.

Степень сухости

$$x = \frac{v_x - v'}{v'' - v'} = \frac{0,6 - 0,0010605}{0,88574 - 0,0010605} = 0,677.$$

При давлении $p = 2 \cdot 10^5$ Па по [1, табл. 2]:

$$h' = 504,7 \text{ кДж/кг};$$

$$h'' = 2706,2 \text{ кДж/кг};$$

$$s' = 1,5301 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$s'' = 7,1269 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Энтальпия пара

$$h_x = h' + x \cdot (h'' - h') = 504,7 + 0,677 \cdot 2201,6 = 1995,18 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Энтропия пара

$$s_x = s' + x \cdot (s'' - s') = 1,5301 + 0,677 \cdot (7,1269 - 1,5301) =$$

$$= 5,32 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

При $p = 0,2$ МПа температура насыщения $t_n = 120,21$ °С.

Ответ: $h_x = 1995,18$ кДж/кг;

$s_x = 5,32$ кДж/кг;

$t_n = 120,21$ °С.

Задача 4

Определить внутреннюю энергию водяного пара при $p = 5$ МПа и $t = 300$ °С.

Решение

При $p = 5$ Мпа температура насыщения $t_n = 263,92$ °С.

При $p = 5$ МПа $= 5 \cdot 10^3$ кПа и $t = 300$ °С водяной пар перегрет. По [1, табл. 3] определяем:

$h = 2925,6$ кДж/кг;

$v = 0,04535$ м³/кг.

Внутренняя энергия

$$u = h - p \cdot v.$$

$$u = 2925,6 - 5 \cdot 10^3 \cdot 0,04535 = 2698,85 \text{ кДж/кг}.$$

Ответ: $u = 2698,85$ кДж/кг.

Задача 5

1 кг воды с температурой 100 °С нагревается при постоянном давлении 3 МПа и переводится в пар с температурой 400 °С. Определить начальные и конечные парамет-

ры, количество теплоты, расходуемой на нагрев воды до кипения, на процесс парообразования, на перегрев пара, суммарную теплоту процесса, степень перегрева пара и работу изменения объёма.

Решение

При $p = 3 \text{ МПа} = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ температура насыщения равна $t_n = 233,86 \text{ }^\circ\text{C}$. Согласно [1, табл. 3] при $p_1 = 3 \text{ МПа}$ и $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ начальные параметры воды:

$$h_1 = 421,3 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; \quad s_1 = 1,3048 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \quad v_1 = 0,0010420 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

$$u_1 = h_1 - p_1 \cdot v_1 = 421,3 - 3 \cdot 10^3 \cdot 0,0010420 = 418,174 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Конечные параметры перегретого водяного пара при $p_2 = p_1 = 3 \text{ МПа}$ и $t_2 = 400 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$h_2 = 3231,6 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; \quad s_2 = 6,9233 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \quad v_2 = 0,09938 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 \cdot v_2 = 3231,6 - 3 \cdot 10^3 \cdot 0,09938 = 2933,46 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Количество теплоты, расходуемое на превращение 1 кг воды с $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ при постоянном давлении 3 МПа в перегретый пар с $t_2 = 400 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$q_{1-2} = h_2 - h_1 = 3231,6 - 421,3 = 2810,3 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

При давлении $p = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$:

$$\text{энтальпия кипящей жидкости } h' = 1008,4 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}};$$

$$\text{удельная теплота парообразования } r = 1794,9 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}};$$

$$\text{энтальпия сухого насыщенного пара } h'' = 2803,3 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Количество теплоты, расходуемой:

– на нагрев воды до кипения

$$q_{\text{в}} = h' - h_1 = 1008,4 - 421,3 = 587,1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}};$$

– процесс парообразования

$$r = h'' - h' = 2803,3 - 1008,4 = 1794,9 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}};$$

– перегрев пара

$$q_{\text{пер}} = h_2 - h'' = 3231,6 - 2803,3 = 428,3 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Степень перегрева пара

$$\Delta t = t_2 - t_{\text{н}} = 400 - 233,86 = 166,14 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Работа изменения объема

$$\ell = p \cdot (v_2 - v_1) = 3 \cdot 10^3 \cdot (0,09938 - 0,0010420) = 295 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Ответ: $q_{1-2} = 2810,3 \text{ кДж/кг}$; $q_{\text{пер}} = 428,3 \text{ кДж/кг}$;

$q_{\text{в}} = 587,1 \text{ кДж/кг}$; $\Delta t = 166,14 \text{ } ^\circ\text{C}$;

$r = 1794,9 \text{ кДж/кг}$; $\ell = 295 \text{ кДж/кг}$.

Контрольные задачи

1. Определить массу 1 м^3 водяного пара при давлении 700 кПа и степени сухости $0,75$.

Ответ: $m=4,9 \text{ кг}$.

2. Определить удельную внутреннюю энергию сухого насыщенного пара при давлении 10 бар .

Ответ: $u=2582,7 \text{ кДж/кг}$.

3. В сосуде вместимостью 5 м^3 находится влажный насыщенный пар при давлении 150 бар со степенью сухости $0,3$. Определить массу влажного пара и объём, занимаемый кипящей водой и сухим насыщенным паром.

Ответ: $m=1,17 \text{ т}$; $V'=1,36 \text{ м}^3$; $V''=3,64 \text{ м}^3$.

4. $0,2 \text{ м}^3$ водяного пара с начальными параметрами $p_1=60 \text{ бар}$ и $t_1=430 \text{ } ^\circ\text{C}$ изобарно сжимается так, что объём

уменьшается в 5 раз. Определить количество отведённой теплоты. Изобразить процесс в p, v -, T, s -и h, s - диаграммах.

Ответ: $Q = -6,36$ МДж.

5. 2 кг водяного пара при давлении 500 кПа и степени сухости 0,75 изотермически расширяются до давления 100 кПа. Определить количество подведенной теплоты.

Ответ: $Q = 1,7$ МДж.

6. От 1 кг сухого насыщенного пара при постоянной температуре 300 °С отводится 165 кДж теплоты. Определить значение энтальпии в конце процесса.

Ответ: $h = 2583,4$ кДж/кг.

7. 1 кг воды при постоянном давлении 1 МПа и начальной температуре 100 °С получает 2100 кДж/кг теплоты, затем адиабатно расширяется до давления 0,1 МПа. Рассчитать процессы и изобразить в p, v -, T, s -и h, s - диаграммах.

Ответ: $l_{1-2} = 167,96$ кДж/кг; $l_{2-3} = 308,22$ кДж/кг;
 $q_{1-2} = 2100$ кДж/кг; $q_{2-3} = 0$ кДж/кг;
 $\Delta u_{1-2} = 1932,04$ кДж/кг; $\Delta u_{2-3} = -308,22$ кДж/кг.

8. Водяной пар с $t_1 = 350$ °С и $p_1 = 8$ бар охлаждается при постоянном объёме. В конечном состоянии $h_2 = 2400$ кДж/кг. Рассчитать процесс и изобразить его в p, v -, T, s - и h, s - диаграммах.

Ответ: $q = \Delta u = -632,2$ кДж/кг; $l = 0$;
 $\Delta s = -1,35$ кДж/(кг · К); $\Delta h = -760$ кДж/кг.

1.5. Влажный воздух

Теоретическая справка

Влажный воздух представляет собой смесь сухого воздуха и водяного пара.

Влажный воздух может быть насыщенным, ненасыщенным и перенасыщенным в зависимости от фазового состояния водяного пара во влажном воздухе.

Ненасыщенным влажным воздухом называется смесь сухого воздуха и перегретого водяного пара.

Насыщенным влажным воздухом называется смесь сухого воздуха и сухого насыщенного пара.

Перенасыщенным влажным воздухом называется смесь сухого воздуха и влажного насыщенного водяного пара.

Состояние влажного воздуха определяется по величине парциального давления водяного пара во влажном воздухе.

Парциальное давление водяного пара во влажном воздухе мало, поэтому к пару, особенно перегретому, могут быть применены законы идеальных газов.

Согласно закону Дальтона, давление влажного воздуха равно сумме парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара:

$$p = p_B + p_{II},$$

где p_B – парциальное давление сухого воздуха;

p_{II} – парциальное давление водяного пара.

Основные характеристики влажного воздуха:

– абсолютная влажность воздуха (ρ) – массовое количество пара в 1 м^3 влажного воздуха;

– относительная влажность воздуха (φ) – отношение абсолютной влажности воздуха при температуре влажного воздуха к максимально возможной:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{\max}} = \frac{\rho}{\rho''} = \frac{p_{\Pi}}{p_{\text{H}}},$$

где ρ'' – плотность сухого насыщенного пара при температуре влажного воздуха;

p_{Π} – парциальное давление насыщенного водяного пара при температуре влажного воздуха;

– температура точки росы – температура, при которой достигается состояние насыщения при парциальном давлении пара;

– влагосодержание (d) – отношение массы пара к массе сухого воздуха:

$$d = \frac{G_{\Pi}}{G_{\text{с.в.}}} = 622 \cdot \frac{p_{\Pi}}{p - p_{\Pi}} \text{ г/кг с.в.};$$

– энтальпия влажного воздуха (H) определяется на 1 кг сухого воздуха и представляет собой сумму энтальпий компонентов, находящихся в 1 кг сухого воздуха:

$$H = c_p \cdot t + d \cdot h_{\Pi}, \text{ кДж/кг с.в.},$$

где c_p – изобарная массовая теплоемкость воздуха (кДж/кг·К), t – температура воздуха, °С, d – влагосодержание, г/кг с.в., h_{Π} – энтальпия водяного пара, кДж/кг.

Для определения величин, характеризующих состояние влажного воздуха, используются таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара и H, d – диаграмма влажного воздуха.

H, d – диаграмма влажного воздуха представлена на рис. 9.

Диаграмма строится в косоугольной системе координат. Угол между осью влагосодержаний (d) и энтальпий (H) составляет 135° .

Линия относительной влажности воздуха $\varphi = 100\%$ делит диаграмму на 2 области: выше линии – область ненасыщенного влажного воздуха, ниже – область перенасыщенного влажного воздуха.

Кривая $\varphi = 100\%$ соответствует насыщенному влажному воздуху.

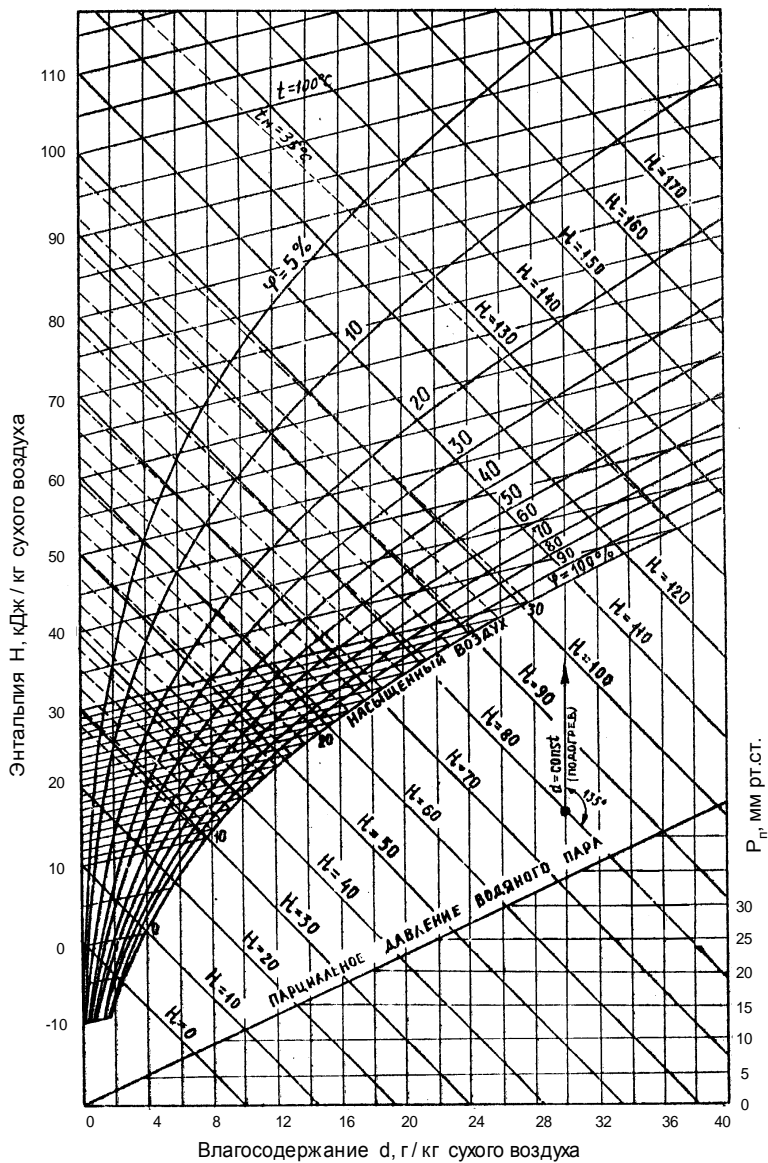


Рис.9. H,d- диаграмма влажного атмосферного воздуха при $P = 745$ мм.рт.ст

Изотермы в H,d -диаграмме представляют собой прямые линии. Угол наклона изотерм с повышением температуры увеличивается.

На диаграмме нанесены изотермы мокрого термометра в виде пунктирных линий. При $\phi = 100\%$ температуры мокрого и сухого термометров равны $t_m = t_{c.v.}$

В нижней части диаграммы в прямоугольной системе координат дана линия, характеризующая зависимость парциального давления водяного пара от влагосодержания водяного пара в воздухе.

Примеры решения задач

Задача 1

Влажный воздух находится при температуре $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Парциальное давление водяного пара во влажном воздухе 30 мм рт. ст. при барометрическом давлении $B = 750\text{ мм рт. ст.}$ Определить состояние влажного воздуха, температуру точки росы, абсолютную влажность воздуха, относительную влажность воздуха, влагосодержание и энтальпию влажного воздуха.

Решение

Рассмотрим решение задачи с использованием таблиц теплофизических свойств воды и водяного пара [1].

Состояние влажного воздуха

Парциальному давлению пара $p_n = 30\text{ мм рт. ст.}$ соответствует температура насыщения $t_n = 28,98\text{ }^{\circ}\text{C}$ [1, табл. 2].

По условию задачи водяной пар во влажном воздухе имеет температуру $t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$, т.е. выше температуры насыщения, следовательно, пар перегретый.

Смесь сухого воздуха с перегретым водяным паром называется ненасыщенным влажным воздухом.

Таким образом, при $p_n = 30\text{ мм рт. ст.}$ и $t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ влажный воздух ненасыщенный.

Температура точки росы

Температура насыщения водяного пара при его парциальном давлении равна 28,98 °С.

$$t_p = 28,98 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Абсолютная влажность воздуха

$$\rho = \frac{1}{v}, \text{ где } v - \text{удельный объем пара.}$$

При $p_n = 30$ мм рт. ст = 0,04 бар и $t = 40$ °С [1, табл. 3]

$$v = 36,08 \text{ м}^3 / \text{кг},$$

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{36,08} = 0,0277 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Относительная влажность воздуха

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho''} = \frac{p_n}{p_n}.$$

При $t = 40$ °С [1, табл. 1]:

$$v'' = 19,55 \text{ м}^3 / \text{кг}; \quad p_n = 0,074 \text{ бар.}$$

$$\rho'' = \frac{1}{v''} = \frac{1}{19,55} = 0,051 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho''} = \frac{0,0277}{0,051} = 0,54 = 54 \text{ } \%.$$

$$\varphi = \frac{p_n}{p_n} = \frac{0,04}{0,074} = 0,54 = 54 \text{ } \%.$$

Влагосодержание в расчете на 1 кг сухого воздуха

$$d = \frac{622 \cdot p_n}{(B - p_n)} = \frac{622 \cdot 30}{(750 - 30)} = 26 \frac{\text{г}}{\text{кг с.в.}}$$

Энтальпия влажного воздуха на 1 кг сухого воздуха

$$H = c_p \cdot t + d \cdot h_{\text{п}}; \quad c_p = 1 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}.$$

При $p_{\text{п}} = 0,04$ бар и $t = 40$ °С [1, табл. 3];

$$h_{\text{п}} = 2574,8 \text{ кДж / кг};$$

$$H = 40 + 26 \cdot 10^{-3} \cdot 2574,8 = 108 \text{ кДж / кг с.в.}$$

Рассмотрим решение задачи с использованием H,d-диаграммы влажного воздуха (рис.10).

На рис.10 стрелками показан путь определения по H,d- диаграмме точки А с заданными параметрами: от линии парциальных давлений при $p_{\text{п}} = 30$ мм рт. ст. проводим вертикаль до пересечения с изотермой 40 °С.

Состояние влажного воздуха

Точка А находится выше кривой относительной влажности $\varphi = 100\%$. Следовательно, влажный воздух – ненасыщенный.

Температура точки росы

Значение температуры точки росы определяется по изотерме при пересечении вертикали, опущенной из точки А на линию $\varphi = 100\%$.

$$t_p = 29 \text{ °С.}$$

Абсолютная влажность воздуха

Абсолютная влажность воздуха по H,d- диаграмме не определяется.

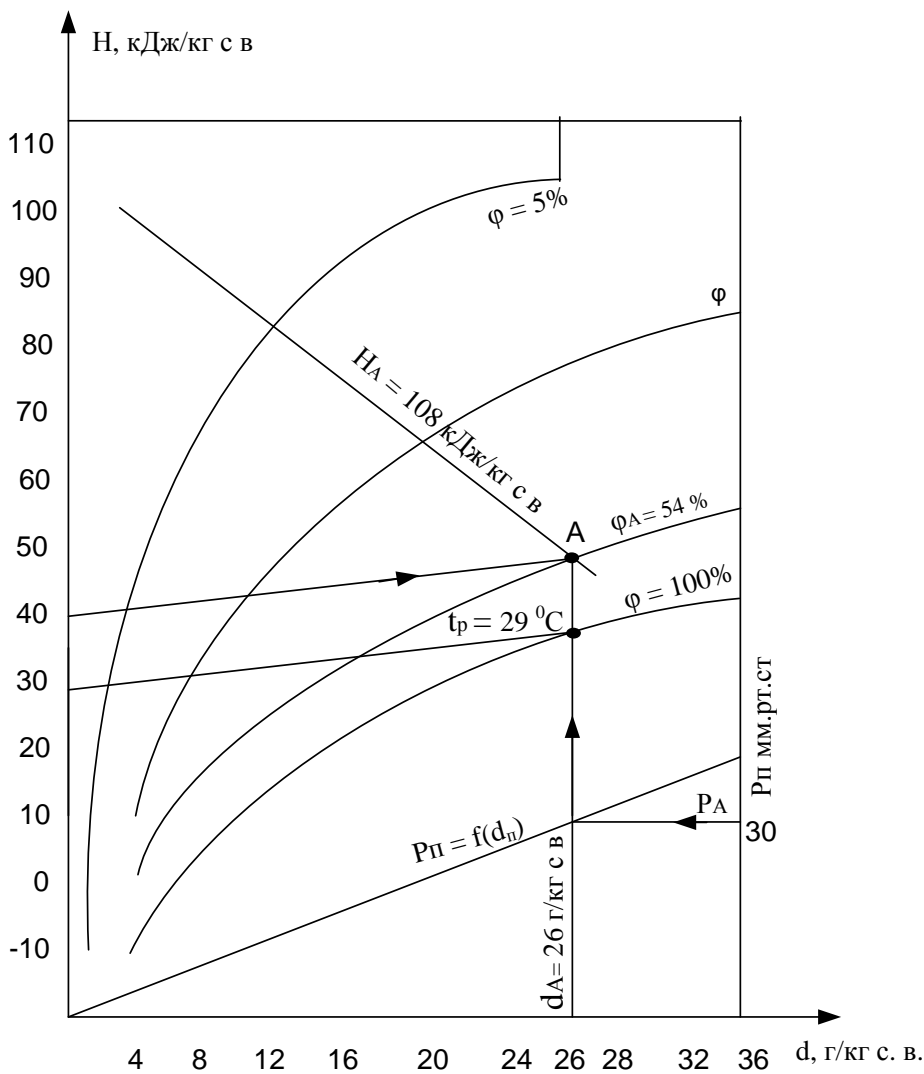


Рис.10. Определение параметров влажного воздуха по H,d-диаграмме

Относительная влажность воздуха

Точка А расположена между кривыми $\varphi = 50\%$ и $\varphi = 60\%$. Графическая интерполяция дает значение относительной влажности воздуха $\varphi_A = 54\%$.

Влагосодержание на 1 кг сухого воздуха

Влагосодержание в данной точке определяется по оси абсцисс $d_A = 26 \text{ г / кг с.в.}$

Энтальпия влажного воздуха на 1 кг сухого воздуха

Значение энтальпии влажного воздуха определяется по оси ординат. Точка А находится между линиями $H = 100 \text{ кДж/кг с.в.}$ и $H = 110 \text{ кДж/кг с.в.}$ Графическая интерполяция дает значение $H_A = 108 \text{ кДж / кг с.в.}$

Задача 2

Определить состояние, относительную влажность воздуха, влагосодержание, энтальпию влажного воздуха, а также парциальное давление водяных паров во влажном воздухе, если по психрометру температуры сухого и мокрого термометров равны $t_c = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_m = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Барометрическое давление 745 мм рт. ст.

Решение

По H, d - диаграмме определим заданное состояние влажного воздуха (рис.11).

На кривой относительной влажности $\varphi = 100\%$ отметим точку, соответствующую температуре мокрого термометра $t_m = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Находим точку пересечения изотермы мокрого термометра (пунктирная линия) с изотермой сухого термометра $t_c = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Полученная точка В определяет состояние влажного воздуха.

По положению точки В (аналогично задаче 1):
состояние влажного воздуха – влажный воздух ненасыщенный;

$$\varphi_B = 40 \%;$$

$$d_B = 10,7 \text{ г / кг с.в.};$$

$$H_B = 57 \text{ кДж / кг с.в.}$$

Значение парциального давления водяного пара определим по оси ординат правой части диаграммы, предварительно от точки В опустив вертикаль до линии парциальных давлений.

$$p_{п} = 12,5 \text{ мм рт. ст.}$$

Контрольные задачи

1. Влажный воздух имеет температуру 50°C при барометрическом давлении $B = 745 \text{ мм рт. ст.}$ Парциальное давление водяного пара во влажном воздухе составляет 45 мм рт.ст. Определить абсолютную и относительную влажности, влагосодержание и энтальпию влажного воздуха.

Решить задачу с использованием таблиц теплофизических свойств воды и водяного пара и с использованием H, d – диаграммы влажного воздуха.

$$\text{Ответ: } \rho = 0,04 \text{ кг/м}^3; \quad \varphi = 48,6 \%; \quad d = 40 \text{ г/кг с.в.};$$

$$H = 153,73 \text{ кДж/кг.}$$

2. Влажный воздух, находящийся при температуре 40°C , имеет относительную влажность 50% . Определить влагосодержание, энтальпию, температуру точки росы и парциальное давление водяных паров во влажном воздухе. Барометрическое давление 750 мм рт. ст.

$$\text{Ответ: } d = 23,9 \text{ г/кг с.в.}; \quad H = 101,5 \text{ мм рт.ст.};$$

$$p_{п} = 27,75 \text{ мм рт.ст.}; \quad t_p = 27,7^\circ\text{C.}$$

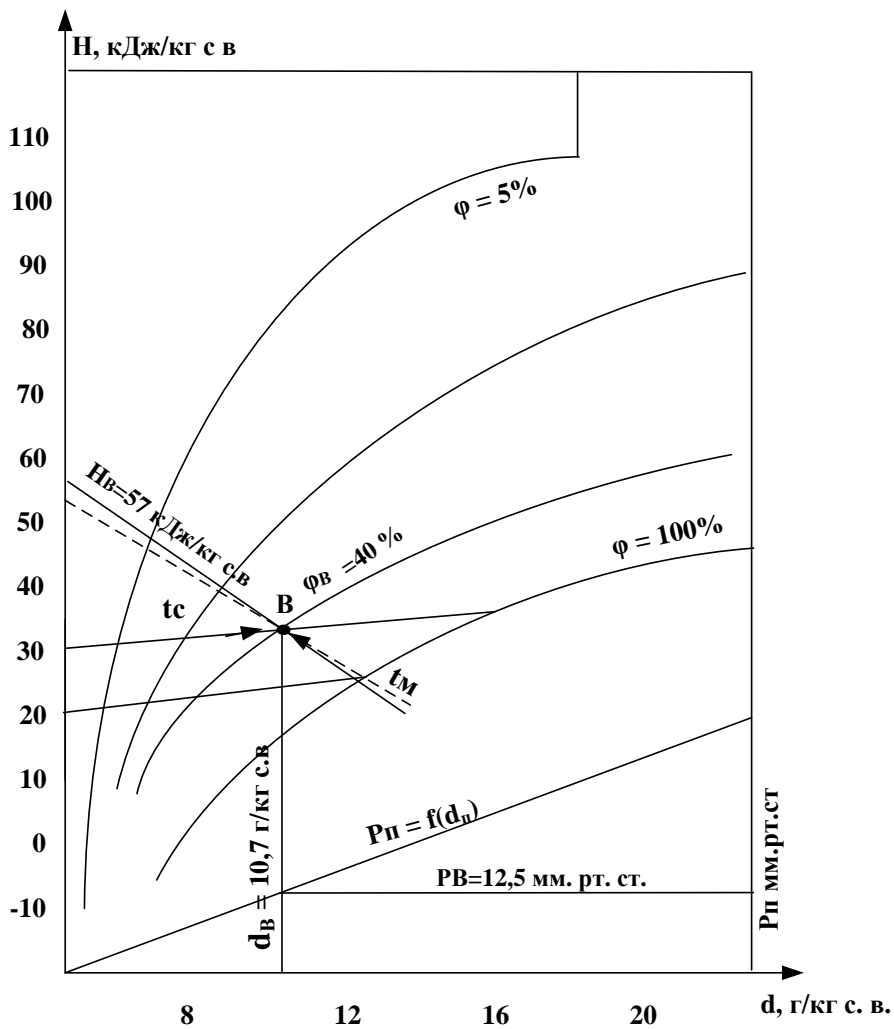


Рис.11. Определение параметров влажного воздуха по H, d -диаграмме

3. Определить относительную влажность воздуха, энтальпию, влагосодержание воздуха и парциальное давление водяного пара во влажном воздухе, если температура влажного воздуха 25°C , а температура точки росы $17,5^{\circ}\text{C}$. Барометрическое давление 750 мм рт. ст.

Ответ : $\varphi = 63,1\%$; $d = 12,72\text{ г/кг с.в.}$;

$H = 57,4\text{ кДж/кг}$;

$p_{\text{п}} = 1,9986\text{ кПа}$.

4. Для определения состояния влажного воздуха применяют психрометр, сухой термометр которого показывает 40°C , а влажный – 30°C . Определить абсолютную и относительную влажности воздуха, влагосодержание, энтальпию, точку росы и парциальное давление водяных паров во влажном воздухе, используя диаграмму H, d – влажного воздуха.

Ответ : $\varphi = 50\%$; $d = 23\text{ г/кг с.в.}$;

$H = 102\text{ кДж/кг}$; $p_{\text{п}} = 26\text{ мм рт.ст.}$;

$t_{\text{р}} = 27,3^{\circ}\text{C}$.

5. Температура точки росы влажного воздуха определена по гигрометру и составляет 25°C . Влажный воздух имеет температуру 40°C . Определить абсолютную и относительную влажности воздуха, влагосодержание, энтальпию и парциальное давление водяных паров во влажном воздухе. Барометрическое давление 745 мм рт. ст.

Ответ : $\rho = 0,0221\text{ кг/м}^3$; $\varphi = 43,39\%$;

$d = 20,71\text{ г/кг с.в.}$,

$H = 93,33\text{ кДж/кг}$; $p_{\text{п}} = 3,2\text{ кПа}$.

1.6. Цикл паротурбинных установок (ПТУ) Цикл Ренкина с перегревом пара

Теоретическая справка

В ПТУ рабочее тело совершает замкнутый процесс изменения состояния. Идеальный цикл ПТУ состоит из двух изобар и двух адиабат. Перевод рабочего тела из области низкого давления в область высокого давления производится в состоянии жидкости при минимальном удельном объеме. Процессы подвода и отвода теплоты происходят при $p = \text{const}$. Процессы расширения в турбине и повышения давления в насосе происходят быстро и поэтому их можно считать адиабатными. Минимальная температура цикла равна температуре охлаждающей воды в конденсаторе, а максимальная температура лимитируется жаропрочностью и механической прочностью стали.

Цикл Ренкина в $p, v -$, $T, s -$, и $h, s -$ диаграммах изображен на рис.13, а схема ПТУ, необходимая для его реализации, на рис.12. Точки на диаграммах соответствуют точкам на схеме паротурбинной установки ПТУ.

Цикл происходит следующим образом. Питательная вода с давлением p_0 и энтальпией $h_A = c \cdot t_{\text{пв}}$ (т. А) поступает в паровой котел, где она нагревается в водяном экономайзере котла до температуры насыщения t_n (т. Б), затем превращается в сухой насыщенный водяной пар (т. В) и перегревается до t_0 в пароперегревателе (т. Г). Процесс подвода теплоты к рабочему телу АБВГ происходит при постоянном давлении $p_0 = \text{const}$.

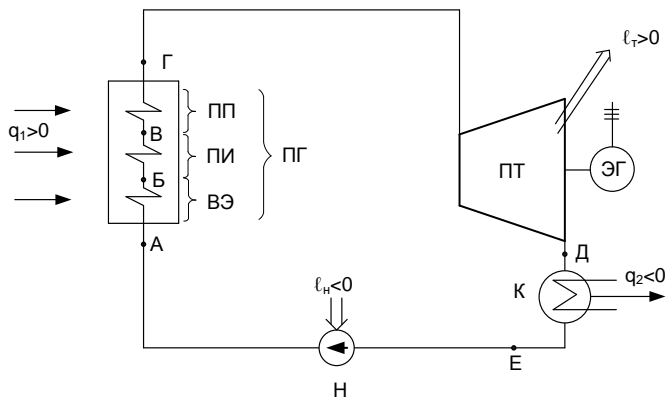


Рис.12. Принципиальная схема ПТУ

ВЭ – водяной экономайзер; ПИ – поверхность испарения;

ПП – пароперегреватель; ПГ – парогенератор; ПТ – паровая турбина; К – конденсатор; Н – насос; ЭГ – электрический генератор

Параметры пара в т. Г после пароперегревателя имеют значения p_0 , t_0 , h_0 . Из пароперегревателя пар поступает в паровую турбину, расширяется в ней адиабатно до давления в конденсаторе p_k – процесс ГД. Параметры пара в т.Д после турбины имеют значения p_k , t_k , h_k . Работа турбины ℓ_t превращается в электрическую работу в электрогенераторе и передается потребителю.

В конденсаторе пар конденсируется за счет отдачи теплоты q_2 охладителю. Процесс конденсации пара ДЕ в конденсаторе происходит при постоянном давлении p_k и постоянной температуре t_k .

Капельную жидкость (конденсат) после конденсатора с минимальным объемом v'_k насосом подают в паровой котел, повышая давление рабочего тела от p_k до p_0 . Адиабатный процесс сжатия питательной воды ЕА одновременно является и изохорным вследствие малой сжимаемости воды.

Расчет основных показателей цикла ПТУ в инженерных расчетах удобно выполнять с помощью h,s – диаграммы. Используя h,s – диаграмму (рис.13, в) несложно получить, что:

– количество подведенной к рабочему телу теплоты

$$q_1 = h_{\Gamma} - h_A = h_0 - ct_{\text{пв}} ;$$

– тепловой отброс в конденсаторе

$$q_2 = h_{\Delta} - h_E = h_k - ct_k ;$$

– работа турбины

$$\ell_{\text{т}} = h_{\Gamma} - h_{\Delta} = h_0 - h_k ;$$

– работа насоса

$$\ell_{\text{н}} = h_A - h_E = ct_{\text{пв}} - ct_k = v'_k (p_0 - p_k) .$$

С учетом выражений для q_1 , $\ell_{\text{т}}$ и $\ell_{\text{н}}$ формула для расчета термического КПД цикла имеет вид

$$\eta_{\text{т}} = \frac{\ell_{\text{т}} - \ell_{\text{н}}}{q_1} = \frac{h_0 - h_k - v'_k (p_0 - p_k)}{h_0 - ct_{\text{пв}}} .$$

Кроме работы турбины $\ell_{\text{т}}$ и термического КПД цикла $\eta_{\text{т}}$, к показателям, характеризующим эффективность цикла Ренкина, относят удельный расход пара $d_{\text{т}}$ и удельный расход теплоты $q_{\text{т}}$, необходимые для выработки $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3600 \text{ кДж}$ электрической работы турбины.

Удельный расход пара равен

$$d_{\text{т}} = \frac{1}{\ell_{\text{т}}} , \text{ кДж/кг}$$

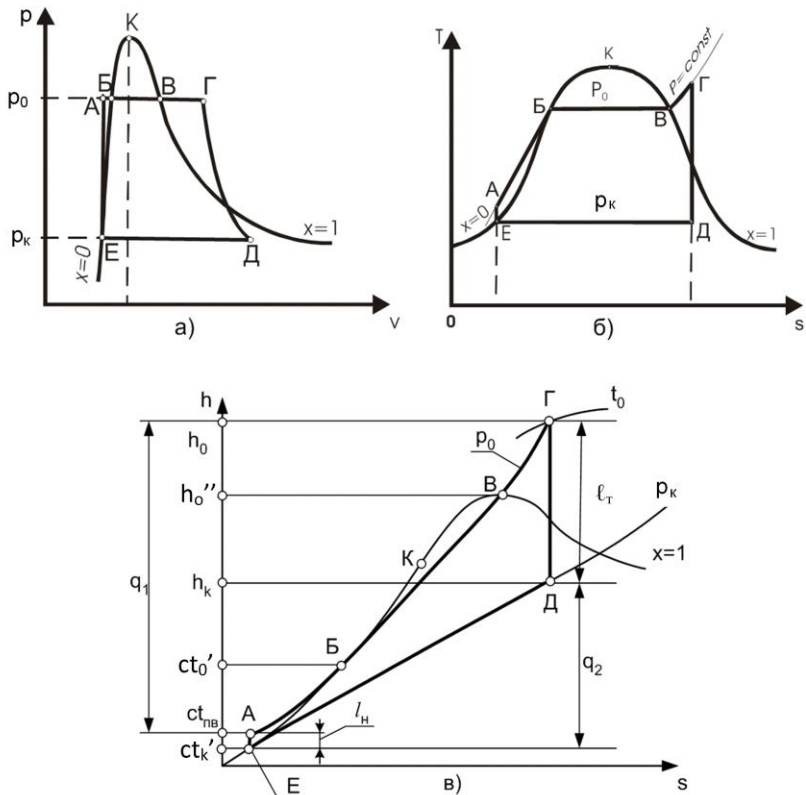


Рис.13. Цикл Ренкина с перегревом пара

или с учетом соотношения $1 \text{ кДж} = 1/3600 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$

$$d_t = \frac{3600}{\ell_T} = \frac{3600}{h_0 - h_k}, \text{ кг}/(\text{кВт}\cdot\text{ч}).$$

Удельный расход теплоты рассчитывают по формуле

$$q_t = \frac{q_1}{\ell_T} = q_1 \cdot d_t = \frac{1}{\eta_t^H}, \frac{\text{кДж теплоты}}{\text{кДж электрической работы}}$$

или с учетом соотношения $1 \text{ кДж} = 1/3600 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$

$$q_t = \frac{3600 \cdot q_1}{\ell_T} = \frac{3600}{\eta_t''} \text{ кДж}/(\text{кВт} \cdot \text{ч}),$$

где η_t'' – термический КПД без учёта работы насоса.

Примеры решения задач

Задача 1

Простой цикл ПТУ имеет следующие параметры: давление и температура пара перед турбиной $p_0 = 130$ бар и $t_0 = 510^\circ\text{C}$, давление пара в конденсаторе $p_k = 0,035$ бар. Определить термический КПД цикла, удельные расходы пара и теплоты на выработанный кВт·ч.

Решение

По значениям p_0 и t_0 [1; табл. 3] определим энтальпию и энтропию пара на выходе из котла:

$$h_0 = 3363,4 \text{ кДж}/\text{кг}; \quad s_0 = 6,4746 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{K}).$$

Адиабатный процесс сжатия питательной воды в насосе одновременно является и изохорным (рис.14).

Техническая работа сжатия воды в насосе

$$\ell_n = h_A - h_E = ct_{пв}' - ct_k' = v_k'(p_0 - p_k),$$

где $ct_{пв}'$ – энтальпия питательной воды после сжатия в насосе, ct_k' – энтальпия воды в состоянии насыщения при давлении p_k $ct_k' = 111,84 \text{ кДж}/\text{кг}$ [1; табл. 2].

$$\begin{aligned} \ell_n &= v_k'(p_0 - p_k) \cdot 100 = 0,0010033 \cdot (130 - 0,035) \cdot 100 = \\ &= 13,039 \text{ кДж}/\text{кг}; \end{aligned}$$

$$\ell_n = ct_k' - ct_{пв}';$$

$$ct_{пв}' = ct_k' + \ell_n = 111,84 + 13,039 = 124,88 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

При давлении P_0 [1; табл. 2]:

энтальпия кипящей жидкости $ct_0' = 1533 \text{ кДж}/\text{кг}$;

удельная теплота парообразования $r = 1129,4$ кДж/кг ;
энтальпия сухого насыщенного пара $h_0'' = 2662,4$ кДж/кг .

Количество теплоты, расходуемой:

– на нагрев воды до кипения

$$q_B = h_B - h_A = ct_0' - ct_{пв} = 1533 - 124,88 = 1408,12 \text{ кДж/кг};$$

– процесс парообразования

$$r = h_B - h_B = h_0'' - ct_0' = 2662,4 - 1533 = 1129,4 \text{ кДж/кг};$$

– перегрев пара

$$q_{пер} = h_{Г} - h_B = h_0 - h_0'' = 3363,4 - 2662,4 = 701 \text{ кДж/кг}.$$

Количество подведенной к рабочему телу теплоты

$$q_1 = h_{Г} - h_A = h_0 - ct_{пв} = 3363,4 - 124,88 = 3238,52 \text{ кДж/кг}.$$

При давлении пара в конденсаторе P_k [1; табл. 2]:

энтальпия воды в состоянии насыщения

$$ct_k' = 111,84 \text{ кДж/кг};$$

энтропия воды в состоянии насыщения

$$s_k' = 0,3907 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

энтальпия водяного пара в состоянии насыщения

$$h_k'' = 2549,9 \text{ кДж/кг};$$

энтропия водяного пара в состоянии насыщения

$$s_k'' = 8,5224 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Параметры пара на выходе из турбины при P_k и

$$s_k = s_0 :$$

степень сухости пара

$$x_k = \frac{s_k - s'}{s'' - s'} = \frac{6,4746 - 0,3907}{8,5224 - 0,3907} = 0,7481;$$

энтальпия пара

$$h_k = ct_k' + x_k \cdot (h_k'' - ct_k') = 111,84 + 0,7481 \cdot 2438,06 = 1935,93 \text{ кДж/кг}.$$

Техническая работа адиабатного расширения пара в турбине

$$\ell_T = h_\Gamma - h_D = h_0 - h_k = 3363,4 - 1935,93 = 1427,47 \text{ кДж/кг.}$$

Теплота, отведенная от рабочего тела в конденсаторе

$$q_2 = h_D - h_E = h_k - ct'_k = 1935,93 - 111,84 = 1824,08 \text{ кДж/кг.}$$

Термический КПД цикла

$$\eta_t = \frac{\ell_T - \ell_n}{q_1} = \frac{1427,47 - 13,039}{3238,52} = 0,4368.$$

Удельный расход пара в расчете на 1 кВт·ч произведенной турбиной работы:

$$d_t = \frac{3600}{\ell_T} = \frac{3600}{1427,47} = 2,5219 \text{ кг/(кВт} \cdot \text{ч)}.$$

Удельный расход теплоты в расчете на 1 кВт·ч произведенной турбиной работы

$$q_t = \frac{3600 \cdot q_1}{\ell_T} = \frac{3600 \cdot 3238,52}{1427,47} = 8167,341 \text{ кДж/(кВт} \cdot \text{ч)}.$$

Ответ: $\eta_t = 43,68\%$.

Контрольные задачи

1. Простой цикл ПТУ имеет следующие параметры: давление пара и температура пара перед турбиной $p_0 = 110$ бар, $t_0 = 490$ °С, давление пара в конденсаторе $p_k = 0,05$ бар. Определить термический КПД цикла.

Ответ: $\eta_t = 42,074\%$.

2. Определить, на сколько изменится термический КПД цикла, если в условиях задачи 1 давление пара перед турбиной увеличить до 120 бар ($p_0 = 120$ бар), оставив все другие условия без изменения.

Ответ: $\eta_t = 42,329\%$ (увеличится на $0,255\%$).

3. Определить, на сколько изменится термический КПД цикла, если в условиях задачи 1 температуру пара перед турбиной принять равной 520°C ($t_0 = 520^\circ\text{C}$), оставив все другие условия без изменения.

Ответ: $\eta_t = 44,16\%$ (увеличится на $2,09\%$).

4. Определить, на сколько изменится термический КПД цикла, если в условиях задачи 1 давление пара в конденсаторе принять равным $0,03$ бар ($p_k = 0,03$ бар), оставив все другие условия без изменения.

Ответ: $\eta_t = 43,258\%$ (увеличится на $1,184\%$).

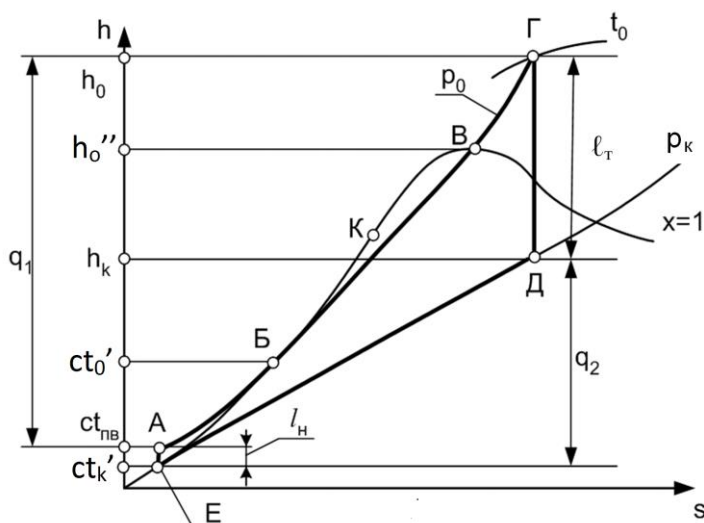


Рис. 14. Цикл ПТУ в h,s -диаграмме

РАЗДЕЛ 2. Задачи по курсу теплообмена

2.1. Стационарный процесс теплопередачи

Теоретическая справка

Теплопередача через плоскую стенку

Расчет теплопередачи через плоскую стенку удобно выполнять, используя поверхностную плотность теплового потока

$$q = \frac{Q}{F},$$

где Q – тепловой поток, Вт; F – площадь стенки, м^2 .

В этом случае

$$q = \frac{\Delta T}{R_t},$$

где ΔT – перепад температуры на заданном участке теплообмена, К ($^{\circ}\text{C}$), который может состоять из одного или нескольких смежных элементарных участков теплообмена: теплоотдачи и теплопроводности; R_t – термическое сопротивление теплообмена этого участка или совокупности смежных участков, $(\text{м}^2 \cdot \text{K})/\text{Вт}$.

Термическое сопротивление теплоотдачи рассчитывается по формуле

$$R_{t,\alpha} = \frac{1}{\alpha},$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{K})$.

Формула для расчета термического сопротивления теплопроводности через i -й слой плоской стенки имеет вид

$$R_{t,i} = \frac{\delta_i}{\lambda_i},$$

где δ_i – толщина i -го слоя, м; λ_i – коэффициент теплопроводности i -го слоя многослойной стенки, Вт/(м·К).

Термическое сопротивление теплопередачи равно сумме термических сопротивлений всех элементарных участков теплообмена.

Рекомендуемая последовательность решения:

а) определяют термические сопротивления всех элементарных участков;

б) по двум заданным температурам в системе теплообмена находят плотность теплового потока;

в) по найденному значению q и одной из известных температур рассчитывают остальные неизвестные температуры слоев и жидкостей.

Теплопередача через цилиндрическую стенку

Для расчета теплопередачи через стенку цилиндрической формы используют удельный тепловой поток, который называют линейной плотностью теплового потока

$$q_\ell = \frac{Q}{\ell},$$

где Q – тепловой поток, Вт; ℓ – длина цилиндрической стенки, м.

$$q_\ell = \frac{\pi \cdot \Delta T}{R_\ell},$$

где ΔT – перепад температуры на заданном участке теплообмена, К ($^{\circ}\text{C}$), который может состоять из ряда элементарных участков теплообмена: теплоотдачи и теплопроводности; R_ℓ – линейное термическое сопротивление теплообмена этого участка, (м·К)/Вт.

Линейное термическое сопротивление теплоотдачи рассчитывают по формуле

$$R_{\ell,\alpha} = \frac{1}{\alpha \cdot d},$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); d – диаметр омываемой поверхности цилиндрической стенки, м.

Линейное термическое сопротивление теплопроводности i -го слоя цилиндрической стенки рассчитывают по формуле

$$R_{\ell,i} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i},$$

в которой λ_i – коэффициент теплопроводности i -го слоя цилиндрической стенки, Вт/(м·К); d_i и d_{i+1} – внутренний и наружный диаметры i -го слоя цилиндрической стенки, м.

Рекомендуемый порядок решения задачи теплопередачи через цилиндрическую стенку полностью совпадает с рассмотренным выше алгоритмом решения для плоской стенки.

Примеры решения задач

Задача 1

Определить термическое сопротивление теплопроводности R_t и толщину δ плоской однослойной стенки, если при разности температур ее поверхностей $\Delta T = T_{w2} - T_{w1} = 75$ °С через нее проходит стационарный тепловой поток плотностью $q = 3$ кВт/м². Коэффициент теплопроводности стенки $\lambda = 2$ Вт/(м·К).

Решение

Поверхностная плотность теплового потока через однослойную стенку $q = \Delta T / R_t$,

где $R_t = \delta / \lambda$.

Определим $R_t = \Delta T / q$ и $\delta = \lambda \cdot R_t$.

По условию задачи $q = 3$ кВт/м² = 3000 Вт/м², тогда

$$R_t = \Delta T / q = 75 / 3000 = 0,025 \text{ (м}^2 \cdot \text{К) / Вт,}$$

$$\delta = \lambda \cdot R_t = 2 \cdot 0,025 = 0,05 \text{ м.}$$

Ответ: $R_t = 0,025 \text{ (м}^2 \text{ К)}/\text{Вт}$; $\delta=0,05 \text{ м}$.

Задача 2

Плоская стенка толщиной $\delta=50 \text{ мм}$ с коэффициентом теплопроводности $\lambda=2 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ пропускает стационарный тепловой поток, имеющий поверхностную плотность $q=3 \text{ кВт}/\text{м}^2$. Температура тепловоспринимающей поверхности стенки $T_{w1}=100 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить термическое сопротивление теплопроводности стенки R_t и температуру теплоотдающей поверхности T_{w2} .

Решение

Поверхностная плотность теплового потока

$$q = \Delta T/R_t = (T_{w1} - T_{w2})/R_t,$$

где $R_t = \delta/\lambda = 0,05/2 = 0,025 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт}$.

$$T_{w1} - T_{w2} = q \cdot R_t, \text{ следовательно,}$$

$$T_{w2} = T_{w1} - q \cdot R_t = 100 - 3000 \cdot 0,025 = 25 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Ответ: $R_t = 0,025 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт}$; $T_{w2} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

Задача 3

Плоская стенка состоит из трёх слоев толщиной $\delta_1=100 \text{ мм}$, $\delta_2=80 \text{ мм}$ и $\delta_3=50 \text{ мм}$, коэффициенты теплопроводности слоев соответственно равны $\lambda_1=2 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $\lambda_2=8 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ и $\lambda_3=10 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$. Второй слой имеет температуры поверхностей $T_{1-2}=120 \text{ }^\circ\text{C}$ и $T_{2-3}=45 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить температуры наружных поверхностей T_{w1} и T_{w2} .

Решение

Полное термическое сопротивление теплопроводности трехслойной стенки равно сумме термических сопротивлений слоев:

$$R_{t_1} = \delta_1/\lambda_1 = 0,1/2 = 0,05 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт};$$

$$R_{t_2} = \delta_2/\lambda_2 = 0,08/8 = 0,01 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт};$$

$$R_{t_3} = \delta_3/\lambda_3 = 0,05/10 = 0,005 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт}.$$

$$R_t = R_{t_1} + R_{t_2} + R_{t_3} = 0,05 + 0,01 + 0,005 = \\ = 0,065 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)/Вт.}$$

Поверхностная плотность теплового потока стационарного режима теплообмена постоянна для каждого из слоев и выражается через параметры любого слоя

$$q = \frac{T_{w_1} - T_{1-2}}{R_{t_1}} = \frac{T_{1-2} - T_{2-3}}{R_{t_2}} = \frac{T_{2-3} - T_{w_2}}{R_{t_3}};$$

$$q = \frac{T_{1-2} - T_{2-3}}{R_{t_2}} = \frac{120 - 45}{0,01} = 7500 \text{ Вт/м}^2.$$

Выразим искомые температуры наружных поверхностей стенок:

$$T_{w_1} = T_{1-2} + q \cdot R_{t_1} = 120 + 7500 \cdot 0,05 = 495 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$T_{w_2} = T_{2-3} - q \cdot R_{t_3} = 45 - 7500 \cdot 0,005 = 7,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Величину q можно выразить также через суммарное термическое сопротивление стенки

$$q = \frac{T_{w_1} - T_{w_2}}{R_{t_1} + R_{t_2} + R_{t_3}} = \frac{T_{w_1} - T_{w_2}}{R_t}.$$

Это выражение можно использовать для проверки правильности расчетов

$$q = (495 - 7,5)/0,065 = 7500 \text{ Вт/м}^2.$$

$$\text{Ответ: } T_{w_1} = 495 \text{ }^\circ\text{C}; T_{w_2} = 7,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Задача 4

Плоская однослойная стенка толщиной $\delta=80$ мм с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 8$ Вт/(м·К) в процессе теплопередачи имеет температуры $T_{w_1}=120$ °С и $T_{w_2}=45$ °С. Определить термические сопротивления, коэффициент теплопередачи и температуры горячей и холодной среды, омывающей поверхности стенки, если коэффициенты теп-

лоотдачи составляют $\alpha_1=20$ Вт/(м²·К) и $\alpha_2=200$ Вт/(м²·К) соответственно.

Решение

Полное термическое сопротивление процесса теплопередачи через однослойную плоскую стенку равно сумме термических сопротивлений следующих слоев:

– теплоотдачи от горячей жидкости к стенке

$$R_{t,\alpha_1} = 1/\alpha_1 = 1/20 = 0,05 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт};$$

– теплопроводности стенки

$$R_{t,\lambda} = \delta/\lambda = 0,08/8 = 0,01 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт};$$

– теплоотдачи от стенки к холодной жидкости

$$R_{t,\alpha_2} = 1/\alpha_2 = 1/200 = 0,005 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт}.$$

Полное термическое сопротивление

$$R_t = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2 = 0,05 + 0,01 + 0,005 = 0,065 \text{ (м}^2 \cdot \text{К)}/\text{Вт}.$$

Коэффициент теплопередачи

$$k = 1/R_t = 1/0,065 = 15,38 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Поверхностная плотность теплового потока при стационарном режиме теплообмена постоянна для каждого из участков (слоев) и выражается через параметры любого слоя.

$$\text{Например, } q = \frac{T_{f1} - T_{w1}}{R_{t,\alpha_1}} \quad \text{или} \quad q = \frac{T_{w2} - T_{f2}}{R_{t,\alpha_2}}.$$

Определим температуры горячей и холодной среды:

$$T_{f1} = T_{w1} + q \cdot R_{t,\alpha_1} = 120 + 7500 \cdot 0,05 = 495 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$T_{f2} = T_{w2} - q \cdot R_{t,\alpha_2} = 45 - 7500 \cdot 0,005 = 7,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Ответ: $k = 15,38$ Вт/(м²·К); $T_{f1} = 495$ °С;

$$T_{f2} = 7,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Задача 5

Вычислить потерю теплоты с 1 м неизолированного трубопровода диаметром $d_1/d_2 = 150/165$ мм, проложенного на открытом воздухе, если внутри трубы протекает вода со средней температурой $T_{f1} = 100$ °С, а температура окружающего воздуха $T_{f2} = -5$ °С. Коэффициент теплопроводности материала трубы $\lambda = 50$ Вт/(м·К). Коэффициент теплоотдачи от воды к стенке трубы $\alpha_1 = 1000$ Вт/(м²·К) и от трубы к окружающему воздуху $\alpha_2 = 12$ Вт/(м²·К). Определить также температуры на внутренней и внешней поверхностях трубы.

Решение

Термическое сопротивление теплоотдачи от горячей жидкости к стенке

$$R_{t,\alpha_1} = 1/(d_1 \cdot \alpha_1) = 1/(0,15 \cdot 1000) = 0,00667 \text{ (м} \cdot \text{К)}/\text{Вт}.$$

Термическое сопротивление теплопроводности стенки

$$R_{t,\lambda} = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2 \cdot 50} \cdot \ln \frac{165}{150} = 0,000953 \text{ (м} \cdot \text{К)}/\text{Вт}.$$

Термическое сопротивление теплоотдачи от стенки к воздуху

$$R_{t,\alpha_2} = 1/(d_2 \cdot \alpha_2) = 1/(0,165 \cdot 12) = 0,50505 \text{ (м} \cdot \text{К)}/\text{Вт}.$$

Линейная плотность теплового потока

$$q_\ell = \frac{\pi \cdot (T_{f1} - T_{f2})}{R_{t,\alpha_1} + R_{t,\lambda} + R_{t,\alpha_2}} = \frac{3,14 \cdot [100 - (-5)]}{0,00667 + 0,000953 + 0,50505} = 643 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Температуры на внутренней и внешней поверхностях трубы:

$$T_{w1} = T_{f1} - \frac{q_\ell \cdot R_{t,\alpha_1}}{\pi} = 100 - \frac{643 \cdot 0,00667}{3,14} = 98,63 \text{ }^\circ\text{С};$$

$$T_{w2} = T_{f2} + \frac{q_\ell \cdot R_{t,\alpha2}}{\pi} = -5 + \frac{643 \cdot 0,50505}{3,14} = 98,42 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Ответ: $q_\ell = 643 \text{ Вт/м}$; $T_{w1} = 98,63 \text{ } ^\circ\text{C}$; $T_{w2} = 98,42 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Контрольные задачи

1. Определить линейное термическое сопротивление теплопроводности R_ℓ и толщину стенки δ стальной трубы, внутренний диаметр которой $d_1 = 8,5 \text{ мм}$, если при разности температур её поверхностей $\Delta T = 0,02 \text{ } ^\circ\text{C}$ с участка трубопровода длиной $\ell = 100 \text{ м}$ в окружающую среду в течение часа теряется теплота $Q_\tau = 4,45 \text{ МДж}$. Режим теплообмена стационарный. Коэффициент теплопроводности материала трубы $\lambda = 16 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$.

Ответ: $R_\ell = 5,081 \cdot 10^{-3} \text{ (м} \cdot \text{К)/Вт}$; $\delta = 0,75 \text{ мм}$.

2. Стены сушильной камеры выполнены из слоя красного кирпича толщиной $\delta_1 = 250 \text{ мм}$ и слоя строительного войлока. Температура на внутренней поверхности кирпичного слоя $T_{w1} = 130 \text{ } ^\circ\text{C}$, а на внешней поверхности войлочного слоя $T_{w2} = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$. Коэффициент теплопроводности красного кирпича $0,7 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ и строительного войлока $0,0465 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$. Вычислить температуру в плоскости соприкосновения слоев T_{1-2} и толщину войлочного слоя при условии, что тепловые потери через 1 м^2 стенки камеры равны $q = 130 \text{ Вт/м}^2$.

Ответ: $T_{1-2} = 83,5 \text{ } ^\circ\text{C}$; $\delta \approx 15,6 \text{ мм}$.

3. Вычислить потери теплоты через единицу поверхности кирпичной обмуровки парового котла и температуры на поверхностях стенки, если толщина стенки $\delta = 250 \text{ мм}$,

температура газов $T_{f1} = 720 \text{ }^{\circ}\text{C}$, воздуха в котельной $T_{f2} = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Коэффициент теплоотдачи от газов к поверхности стенки $\alpha_1 = 23 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ и от стенки к воздуху $\alpha_2 = 12 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Коэффициент теплопроводности стенки равен $\lambda = 0,7 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

Ответ: $q = 1436,25 \text{ Вт}/\text{м}^2$; $T_{w1} = 657,6 \text{ }^{\circ}\text{C}$ и $T_{w2} = 169,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

4. Стальной трубопровод диаметром $d_1/d_2 = 150/160 \text{ мм}$ с коэффициентом теплопроводности $\lambda_1 = 50 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ покрыт изоляцией в два слоя одинаковой толщины $\delta_2 = \delta_3 = 60 \text{ мм}$. Температура внутренней поверхности трубы $T_{w1} = 250 \text{ }^{\circ}\text{C}$ и наружной поверхности изоляции $T_{w2} = 50 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Определить потери теплоты через изоляцию с 1 м трубопровода и температуру на границе соприкосновения слоёв изоляции, если первый слой изоляции, накладываемый на поверхность трубы, выполнен из материала с коэффициентом теплопроводности $\lambda_2 = 0,06 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, а второй слой – из материала с коэффициентом теплопроводности $\lambda_3 = 0,12 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

Ответ: $q_l = 102,2 \text{ Вт}/\text{м}$; $T_{2-3} = 98,22 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

5. Как изменятся тепловые потери с 1 м трубопровода (см. задачу 4), если слои изоляции поменять местами, т.е. слой с большим коэффициентом теплопроводности наложить непосредственно на поверхность трубы? Все другие условия оставить без изменений.

Ответ: $q_l = 118,39 \text{ Вт}/\text{м}$; $T_{2-3} = 162,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

2.2. Конвективный теплообмен

Теоретическая справка

При расчете и проектировании теплообменных устройств требуется рассчитать тепловой поток при конвективной теплоотдаче от флюида к стенке или, наоборот, от стенки к флюиду. В этом случае тепловой поток находят по закону теплоотдачи – закону Ньютона:

$$Q = \alpha \cdot (T_w - T_f) \cdot F,$$

где Q – тепловой поток, Вт; $\Delta T = |T_w - T_f|$ – модуль разности температур между стенкой и флюидом, °С (К); T_w – температура поверхности теплообмена (стенки), °С (К); T_f – температура текучей среды (флюида) вдали от стенки, °С (К); F – площадь поверхности теплообмена, м²; α – средний коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К).

При заданных геометрических размерах системы теплообмена, температурах стенки и текучей среды задача расчета теплового потока сводится к определению коэффициента теплоотдачи (α).

Величину коэффициента теплоотдачи находят, решая уравнение подобия или критериальное уравнение, которое получают в результате обработки многочисленных экспериментальных данных. Форма критериального уравнения зависит от вида конвекции (свободная или вынужденная) и режима движения жидкости (ламинарный, переходный или турбулентный режимы). В общем случае уравнение подобия или критериальное уравнение имеет вид

$$Nu = f(Gr, Re, Pr \dots),$$

где Nu , Gr , Re , Pr – критерии подобия.

Критерий подобия – безразмерный комплекс, составленный из физических величин, который *характеризует* отношение физических эффектов.

Все критерии подобия можно разделить на две основные группы: *определяемые* и *определяющие*. Критерии, содержащие неизвестные (искомые) величины, называют *определяемыми*. Критерии подобия, составленные из физических величин, заданных условиями однозначности, называют *определяющими*. Определяемые критерии находят из эксперимента, а от определяющих критериев зависит результат эксперимента. В уравнении подобия определяемым является критерий Нуссельта (Nu), а определяющими критериями – критерий Грасгофа (Gr), критерий Рэйнольдса (Re) и критерий Прандтля (Pr).

Критерий **Нуссельта** характеризует отношение теплового потока конвективной теплоотдачей к кондуктивному тепловому потоку в пограничном слое текучей среды вблизи стенки

$$Nu = \frac{\alpha \cdot R_0}{\lambda},$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); R_0 – определяющий (характерный) размер, м; λ – коэффициент теплопроводности текучей среды, Вт/(м·К).

Критерий **Грасгофа** характеризует отношение термогравитационной силы к силе вязкого трения

$$Gr = \frac{g \cdot R_0^3}{\nu^2} \beta \cdot \Delta T,$$

где $g = 9,8 \text{ м}^2/\text{с}$ – ускорение свободного падения; ΔT – модуль разности температур между стенкой и флюидом, °С (К); β – коэффициент объемного расширения флюида, 1/К.

Коэффициент объемного расширения капельных жидкостей приведен в справочниках, например в [2], в зависимости от температуры флюида, а для газов его рассчитывают по формуле

$$\beta = \frac{1}{T_0},$$

где T_0 – определяющая температура (по шкале **Кельвина**).

Критерий **Рейнольдса**, характеризует отношение силы инерции к силе трения

$$Re = \frac{w_0 \cdot R_0}{\nu},$$

где w_0 – определяющая или характерная скорость, м/с; R_0 – определяющий или характерный размер, м; ν – кинематический коэффициент вязкости текучей среды, м²/с. По значению критерия Re судят о режиме течения флюида при вынужденной конвекции.

Критерий **Прандтля** представляет собой отношение двух характеристик молекулярного переноса: переноса импульса (ν) и переноса теплоты (a)

$$Pr = \frac{\nu}{a},$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости текучей среды, м²/с; a – коэффициент температуропроводности флюида, м²/с.

Коэффициент температуропроводности является физическим параметром среды, значение которого приводят в справочниках в зависимости от температуры.

Конкретный вид функциональной зависимости в уравнениях подобия задает автор формулы. В принципе, для аппроксимации экспериментальных данных можно использовать любую полиномиальную зависимость. В отечественной литературе, как правило, в качестве аппроксимирующих уравнений применяют степенные функции вида

$$\overline{Nu} = c \cdot Gr^k \cdot Re^n \cdot Pr^m \cdot \varepsilon_t \cdot \varepsilon_\ell,$$

где c , n , m , k – эмпирические коэффициенты, которые находят путем статистической обработки экспериментальных данных; ε_t – поправка, учитывающая зависимость физических свойств флюида от температуры; ε_ℓ – поправка, учитывающая геометрию конкретного объекта.

При построении модели и обработке результатов эксперимента в виде критериальных формул необходимо задать определяющие параметры, которые прямо или косвенно входят в критерии подобия. В стационарных задачах конвективного теплообмена к определяющим параметрам относят: определяющий размер (R_0), определяющую температуру (T_0) и в задачах вынужденной конвекции – определяющую скорость (w_0).

Определяющий размер (R_0) и определяющую температуру (T_0) задает автор формулы. Определяющую скорость находят из уравнения неразрывности

$$w_0 = G/(\rho \cdot f),$$

где G – расход флюида, кг/с; ρ – плотность, кг/м³; f – площадь поперечного сечения для прохода теплоносителя, м².

Внимание! При использовании критериальных уравнений определяющие параметры указаны в комментариях к критериальным формулам.

Критериальные уравнения, необходимые для расчета коэффициента теплоотдачи, приведены в [5–7].

*Алгоритм расчета коэффициента теплоотдачи
по критериальным уравнениям*

1. Определяют вид конвективного теплообмена (свободная или вынужденная конвекция) и объект, где она происходит. Затем в справочной литературе [5-7] находят критериальные формулы данного вида конвекции.

2. Согласно требованиям, изложенным в комментариях к критериальным формулам, находят определяющие параметры:

– размер;

– температуру, по которой из справочных таблиц [2] находят физические свойства текучей среды (ν , λ , Pr и т.д.);

– при вынужденном течении жидкости в трубах и каналах или при внешнем омывании труб и трубных пучков, заключенных в канал, рассчитывают определяющую скорость течения флюида из интегрального уравнения неразрывности.

3. Определяют режим течения среды:

–при вынужденном движении по критерию Рейнольдса (Re);

–при свободном движении по критерию Рэлея (Ra).

Уточняют критериальную формулу в зависимости от режима движения текучей среды.

4. По критериальному уравнению находят безразмерный коэффициент теплоотдачи – число Нуссельта (Nu).

5. Используя определение критерия Нуссельта, рассчитывают коэффициент конвективной теплоотдачи α

$$\alpha = Nu \frac{\lambda}{R_0} .$$

Примеры решения задач

Задача 1

Нагреватель, выполненный из трубки диаметром $d = 25$ мм и длиной $\ell = 0,5$ м, погружен вертикально в бак с водой, имеющей температуру $T_f = 20$ °С. Определить количество теплоты, передаваемое нагревателем в единицу времени, считая температуру его поверхности постоянной по всей длине и равной $T_w = 55,5$ °С.

Решение

При заданных значениях температур на поверхности нагревателя и окружающей среды решение задачи сводится

к определению коэффициента теплоотдачи. Для расчета α при свободной конвекции около вертикальной поверхности применим формулу М.А. Михеева [7], по которой за определяющую температуру принята средняя температура пограничного слоя $T_m = (55,5 + 20) \cdot 0,5 = 37,75 \text{ } ^\circ\text{C}$.

При этой температуре вода имеет следующие свойства [2]:

$$\lambda = 0,63 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}); c_p = 4187 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \nu = 0,687 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\rho = 993,1 \text{ кг}/\text{м}^3; \beta = 0,36 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}; Pr_f = 4,52; Pr_w = 3,26.$$

За определяющий размер принимается длина нагревателя $R_0 = \ell = 0,5 \text{ м}$.

Критерий Грасгофа

$$Gr = \left(\frac{g \cdot \ell^3}{\nu^2} \right) \cdot \beta \cdot (T_w - T_f) =$$

$$= \left[\frac{9,8 \cdot 0,5^3}{(0,687 \cdot 10^{-6})^2} \right] \cdot 0,36 \cdot 10^{-3} \cdot (55,5 - 20) = 0,33 \cdot 10^{11}.$$

Так как $Ra = Gr \cdot Pr = 0,33 \cdot 10^{11} \cdot 4,52 = 1,5 \cdot 10^{11} > 2 \cdot 10^7$, то режим движения турбулентный и эмпирические коэффициенты принимают следующие значения:

$$C = 0,135; n = 0,33.$$

Критерий Нуссельта

$$Nu = 0,135 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,33} = 0,135 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^{0,33} = 711,16.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = Nu \cdot \lambda / R_0 = 711,16 \cdot 0,63 / 0,5 = 896,1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Количество теплоты, передаваемое воде в единицу времени

$$Q = \alpha \cdot (T_w - T_f) \cdot \pi \cdot d \cdot \ell = 896,1 \cdot (55,5 - 20) \cdot 3,14 \cdot 0,025 \cdot 0,5 = 1231 \text{ Вт}.$$

Ответ: $Q = 1231 \text{ Вт}$.

Задача 2

По трубе $d = 60$ мм протекает воздух со скоростью $w = 5$ м/с. Определить значение среднего коэффициента теплоотдачи, если средняя температура воздуха $\bar{T}_f = 100$ °С.

Решение

За определяющую температуру принимаем $T_0 = \bar{T}_f = 100$ °С. При определяющей температуре воздух имеет свойства [2]:

$\lambda = 0,0321$ Вт/(м·°С); $\nu = 23,13 \cdot 10^{-6}$ м²/с. За определяющей размер принимаем диаметр трубы $R_0 = d = 0,06$ м.

Критерий Рейнольдса

$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{5 \cdot 0,06}{23,13 \cdot 10^{-6}} = 12970$, так как $Re > 10^4$, то режим течения турбулентный.

Критерий Нуссельта [5–7]

$Nu = 0,018 \cdot Re^{0,8} = 0,018 \cdot 1955 = 35,2$.

$\alpha = Nu \frac{\lambda}{R_0} = 35,2 \frac{0,0321}{0,06} = 18,8$ Вт/(м²·К).

Ответ: $\alpha = 18,8$ Вт/(м²·К).

Задача 3

Через трубу диаметром $d = 50$ мм и длиной $\ell = 3$ м со скоростью $w = 0,8$ м/с протекает вода. Определить средний коэффициент теплоотдачи, если средняя температура воды $\bar{T}_f = 50$ °С, а температура стенки $T_w = 70$ °С.

Решение

При определяющей температуре $\bar{T}_f = 50$ °С физические свойства воды следующие: $\lambda = 0,648$ Вт/(м·К);

$\nu = 5,56 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$; $Pr_f = 3,54$. При $T_w = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ критерий Прандтля для воды $Pr_w = 2,55$.

Определяющим критерием при вынужденном движении жидкости внутри трубы является критерий Рейнольдса

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{0,8 \cdot 0,05}{5,56 \cdot 10^{-7}} = 7,2 \cdot 10^4. \text{ Так как } Re > 10^4, \text{ то ре-}$$

жим течения турбулентный. В этом случае критериальная формула имеет вид [5–7]

$$Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \varepsilon_t \cdot \varepsilon_\ell;$$

$$\varepsilon_t = (Pr_f / Pr_w)^{0,25} = (3,54 / 2,55)^{0,25} = 1,09;$$

$$Nu = 0,021 \cdot (7,2 \cdot 10^4)^{0,8} \cdot 3,54^{0,43} \cdot 1,09 = 303.$$

Так как $\ell / d = 60 > 50$, то поправка на начальный участок гидродинамической стабилизации $\varepsilon_\ell = 1$.

Зная число Нуссельта, находим коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = Nu \cdot \frac{\lambda}{d} = \frac{303 \cdot 0,648}{0,05} = 3920 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

$$\text{Ответ: } \alpha = 3920 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Задача 4

Электрический нагреватель, выполненный из трубы диаметром $d = 15 \text{ мм}$ и длиной $\ell = 1 \text{ м}$, с удельным электрическим сопротивлением $\rho_n = 0,2 \text{ (Ом} \cdot \text{мм}^2)/\text{м}$, обдувается поперечным потоком воздуха со скоростью $w = 1 \text{ м/с}$ и температурой $T_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить количество теплоты, передаваемое нагревателем воздуху в единицу времени, и допустимую величину тока в нем, если температура поверхности нагревателя не превышает $T_w = 80 \text{ }^\circ\text{C}$.

Решение

При температуре $T_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ воздух имеет следующие физические свойства [2]:

$$\nu = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \quad \lambda = 0,0259 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}); \quad \text{Pr}_f = 0,703.$$

Критерий Рейнольдса

$$\text{Re} = w \cdot d/\nu = 1 \cdot 0,015/(15,06 \cdot 10^{-6}) = 996.$$

При $\text{Re} = 996$ расчет теплоотдачи при поперечном обтекании трубы можно проводить по уравнению [5–7]

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= 0,52 \cdot \text{Re}^{0,5} \cdot \text{Pr}_f^{0,37} = 0,52 \cdot 996^{0,5} \cdot 0,703^{0,37} = \\ &= 0,52 \cdot 31,56 \cdot 0,88 = 14,5. \end{aligned}$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \text{Nu} \cdot \lambda/d_0 = 14,5 \cdot 0,0259/0,015 = 25 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Количество теплоты, передаваемой от нагревателя воздуху

$$Q = \alpha \cdot (T_w - T_f) \cdot F = 25 \cdot (80 - 20) \cdot \pi \cdot 0,015 \cdot 1 = 70,65 \text{ Вт}.$$

Приравнивая количество теплоты, выделившееся при прохождении электрического тока по нагревателю, к количеству теплоты, переданному окружающему воздуху, находим допустимую величину тока

$$\begin{aligned} Q &= I^2 \cdot R_{\text{эл}}; \quad I = \sqrt{Q/R_{\text{эл}}} = \sqrt{Q/[\rho_{\text{п}} \cdot \ell \cdot 4/(\pi \cdot d^2)]} = \\ &= \sqrt{70,65/[(0,2 \cdot 1 \cdot 4)/(\pi \cdot 15^2)]} = 249,8 \text{ А}. \end{aligned}$$

Ответ: $Q = 70,65 \text{ Вт}; \quad I = 249,8 \text{ А}.$

Контрольные задачи

1. Рассчитать потерю теплоты конвекцией в единицу времени с 1 м^2 поверхности горизонтального теплообменника, корпус которого имеет цилиндрическую форму и охлаждается свободным потоком воздуха. Наружный диаметр корпуса теплообменника $d = 400 \text{ мм}$, температура по-

верхности $T_w = 160 \text{ }^\circ\text{C}$, температура воздуха в помещении $T_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ответ: $\alpha = 7,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $q = 1025 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

2. По условию задачи 1 в целях уменьшения тепловых потерь корпус теплообменника покрыт слоем тепловой изоляции. Найти тепловые потери q , $\text{Вт}/\text{м}^2$ с поверхности теплообменника, если после наложения слоя тепловой изоляции толщиной 50 мм температура на внешней поверхности изоляции T_w стала равна $40 \text{ }^\circ\text{C}$, а температура в помещении T_f осталась прежней $+20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ответ: $q = 86 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

3. Определить коэффициент теплоотдачи от вертикальной плиты высотой $H = 1,5 \text{ м}$ к окружающему воздуху, если известно, что температура поверхности плиты $T_w = 80 \text{ }^\circ\text{C}$, температура окружающего воздуха вдали от поверхности $T_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ответ: $\alpha = 6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

4. Как изменится коэффициент теплоотдачи от вертикальной плиты к окружающему воздуху в условиях задачи 3, если высоту плиты увеличить в 4 раза, а все другие условия оставить без изменения?

Ответ: $\alpha_1 / \alpha_2 = 1$.

5. Водяной калориметр, имеющий форму трубки, с наружным диаметром $d = 16 \text{ мм}$ помещён в поперечный поток воздуха. Воздух движется со скоростью $w = 3 \text{ м}/\text{с}$ под углом 90° к оси калориметра и имеет среднюю температуру $\bar{T}_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. При стационарном тепловом режиме на внешней поверхности калориметра устанавливается постоянная средняя температура $\bar{T}_w = 80 \text{ }^\circ\text{C}$.

Вычислить коэффициент теплоотдачи от трубки к воздуху и тепловой поток на единицу длины калориметра.

Ответ: $\alpha = 46,9 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $q_\ell = 141,37 \text{ Вт}/\text{м}$.

6. Цилиндрическая трубка диаметром $d = 25 \text{ мм}$ охлаждается поперечным потоком воды. Скорость потока $w = 1 \text{ м}/\text{с}$. Средняя температура воды $\bar{T}_f = 10 \text{ }^\circ\text{С}$, а температура поверхности трубки $T_w = 60 \text{ }^\circ\text{С}$. Определить коэффициент теплоотдачи от поверхности трубки к охлаждающей воде.

Ответ: $\alpha = 6807,7 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

7. По каналу квадратного сечения, сторона которого $a = 20 \text{ мм}$ и длина $\ell = 1400 \text{ мм}$, протекает вода со скоростью $w = 3,5 \text{ м}/\text{с}$. Рассчитать коэффициент теплоотдачи от стенки канала к воде, если средняя по длине канала температура воды $\bar{T}_f = 30 \text{ }^\circ\text{С}$, а температура внутренней поверхности канала $T_w = 90 \text{ }^\circ\text{С}$.

Ответ: $\alpha = 15493 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

8. Как изменится коэффициент теплоотдачи по условию задачи 7, если канал квадратного сечения заменить каналом с сечением равностороннего треугольника? При этом площадь поперечного сечения канала и скорость движения воды оставить неизменными.

Ответ: коэффициент теплоотдачи увеличится на 2,6 %.

2.3. Конвективный теплообмен при конденсации паров и кипении жидкостей

Теоретическая справка

В зависимости от фазового состояния флюида различают конвективный теплообмен в однофазной среде и конвективный теплообмен при фазовых превращениях. Про-

цесс теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества (при конденсации и кипении) относят к конвективному теплообмену и рассчитывают по закону теплоотдачи Ньютона

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F,$$

где α – коэффициент теплоотдачи при конденсации или кипении, Вт/(м²·К); F – площадь поверхности теплообмена, м²; ΔT – разность температур (температурный перепад) между флюидом и стенкой, °С (К).

Процесс конденсации возможен при условии $T_w < T_n$, поэтому при конденсации перепад температур равен

$$\Delta T = T_n - T_w.$$

При кипении, наоборот, температура стенки должна быть перегрета относительно температуры насыщения при данном давлении, и в этом случае

$$\Delta T = T_w - T_n.$$

Изменение агрегатного состояния вещества происходит при постоянной температуре и характеризуется выделением (при конденсации) или поглощением (при кипении) удельной теплоты фазового перехода r , Дж/кг (скрытой теплоты парообразования для воды) (см. рис.15).

Значение удельной теплоты фазового перехода r находят по температуре насыщения или по заданному давлению сухого насыщенного пара по таблицам термодинамических свойств воды и водяного пара [1,2,7] или (при давлении меньше $p_n < 100$ кПа) можно воспользоваться данными табл.5.

Таблица 5. Зависимость температуры насыщения и теплоты парообразования от давления

р, МПа	$T_{н}, ^\circ\text{C}$	г, кДж/кг	р, МПа	$T_{н}, ^\circ\text{C}$	г, кДж/кг
0,00123	10	2477,4	0,00737	40	2406,5
0,00234	20	2453,8	0,01234	50	2382,5
0,00424	30	2430,2	0,1000	99,63	2258,2

Заметим, что в расчетные формулы теплоотдачи при конденсации g следует подставлять в Джоулях на килограмм (Дж/кг)!

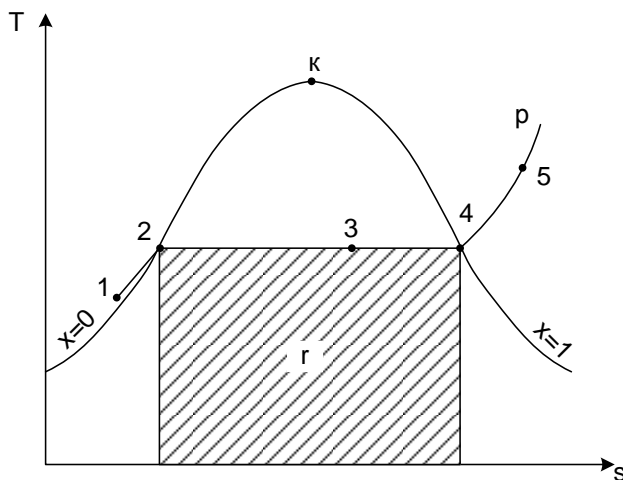


Рис.15. Фазовая T, s – диаграмма водяного пара

При стационарном процессе конденсации или кипения тепловой поток фазового перехода

$$Q = G \cdot r,$$

где Q – тепловой поток от пара к стенке при конденсации или от стенки к кипящей жидкости при кипении, Вт; G – расход конденсата или паровой фазы, кг/с.

Основное уравнение расчета теплообмена при фазовых превращениях вещества – уравнение теплового баланса

$$Q = G \cdot r = \alpha \cdot \Delta T \cdot F.$$

Теплоотдача при конденсации паров

Конденсация – процесс перехода пара (газа) в жидкое или твердое состояние (десублимация). При конденсации пара выделяется теплота фазового перехода (скрытая теплота парообразования), поэтому процесс конденсации неразрывно связан с теплообменом.

Среднее значение коэффициента теплоотдачи при конденсации паров на вертикальной поверхности рассчитывают по формуле Нуссельта

$$\bar{\alpha} = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2 \cdot \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} \cdot (T_n - T_w) \cdot H}},$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; r – скрытая теплота парообразования, Дж/кг; $\lambda_{пл}$ – коэффициент теплопроводности пленки конденсата, Вт/(м·К); $\mu_{пл}$ – динамический коэффициент вязкости конденсата, Па·с; $\rho_{пл}$ – плотность пленки, кг/м³; H – высота вертикальной поверхности, м.

Средний коэффициент теплоотдачи при конденсации на наклонной поверхности рассчитывают по формуле

$$\bar{\alpha}_{накл} = \bar{\alpha}_{вертик} \cdot \sqrt[4]{\cos \varphi},$$

где $\bar{\alpha}_{вертик}$ – коэффициент теплоотдачи для вертикальной поверхности; φ – угол между направлением силы тяжести и осью, направленной вдоль поверхности теплообмена.

Средний коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации на горизонтальной трубе при ламинарном те-

чении пленки конденсата рассчитывают по формуле Нуссельта, которая в этом случае имеет вид

$$\bar{\alpha} = 0,728 \cdot 4 \sqrt{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{\text{пл}}^2 \cdot \lambda_{\text{пл}}^3}{\mu_{\text{пл}} \cdot (T_{\text{н}} - T_{\text{в}}) \cdot d_{\text{тр}}}},$$

где $d_{\text{тр}}$ – наружный диаметр трубы, м.

Данная формула справедлива для ламинарного режима течения пленки, который имеет место, если выполняется условие

$$d_{\text{тр}} < 20 \cdot \left(\frac{\sigma_{\text{пл}}}{g \cdot \rho_{\text{пл}}} \right)^{0,5},$$

где $\sigma_{\text{пл}}$ – сила поверхностного натяжения пленки, Н/м.

Внимание! Физические свойства жидкой пленки находят в справочнике [2] по температуре насыщения при данном давлении.

Формулы для расчета локальных коэффициентов теплоотдачи, теплоотдачи при волновом и турбулентном течении пленки, а также толщины конденсатной пленки приведены в [5–7].

Теплоотдача при кипении жидкостей

Кипение – процесс интенсивного образования пара внутри объема жидкости при температуре насыщения или выше этой температуры.

При кипении поглощается теплота фазового перехода, поэтому для осуществления стационарного процесса кипения необходим подвод теплоты.

Приведем формулы по расчету теплоотдачи при пузырьковом и пленочном кипении в большом объеме.

Для расчета теплоотдачи при кипении воды в большом объеме используют следующие формулы:

$$\alpha = 38,7 \cdot \Delta T^{2,33} \cdot p_n^{0,5}, \quad (1)$$

$$\alpha = 3,0 \cdot q^{0,7} \cdot p_n^{0,15}. \quad (2)$$

Формулу (1) используют в расчетах пузырькового кипения при граничных условиях первого рода. В этом случае регулируемой (заданной) величиной является температура стенки и, следовательно, перегрев жидкости ($\Delta T = T_w - T_n$), а формулу (2) применяют в расчетах кипения при граничных условиях второго рода (заданная величина – плотность теплового потока (q) на поверхности стенки). Определив α по формуле (2), несложно найти перегрев стенки (жидкости в пограничном слое) и температуру стенки

$$\Delta T = q/\alpha \Rightarrow T_w = T_f + q/\alpha.$$

Примеры решения задач

Задача 1

На наружной поверхности горизонтальной трубы диаметром $d = 20$ мм и длиной $\ell = 2$ м конденсируется сухой насыщенный водяной пар при давлении $p_n = 1,013 \cdot 10^5$ Па. Температура поверхности трубы $T_w = 94,5$ °С. Определить средний коэффициент теплоотдачи от пара к трубе и количество пара G , которое конденсируется на поверхности трубы.

Решение

При пленочной конденсации сухого насыщенного пара на горизонтальной трубе средний коэффициент теплоотдачи можно определить по формуле

$$\alpha = 0,728 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho_{пл}^2 \cdot \lambda_{пл}^3}{\mu_{пл} \cdot (T_n - T_w) \cdot d_{тр}}},$$

которая справедлива для ламинарного течения пленки.

При $p_n = 1,013 \cdot 10^5$ Па [1, 2] $T_n = 100$ °С.

Физические свойства конденсата при температуре насыщения $T_n = 100$ °С:

$$\rho_{пл} = 958,4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \lambda_{пл} = 68,3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°С}};$$

$$\mu_{пл} = 282,5 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с};$$

$$r = 2256,8 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; \sigma_{пл} = 588,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Условие ламинарного режима течения пленки

$$d_{тр} < 20 \cdot \left(\frac{\sigma_{пл}}{g \cdot \rho_{пл}} \right)^{0,5} = 20 \cdot \left(\frac{588,6 \cdot 10^{-4}}{9,8 \cdot 958,4} \right)^{0,5} = 0,050 \text{ м} = 50 \text{ мм},$$

$d_{тр} = 20$ мм < 50 мм, следовательно, режим течения пленки ламинарный.

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = 0,728 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,8 \cdot 2256,8 \cdot 10^3 \cdot 958,4^2 \cdot (68,3 \cdot 10^{-2})^3}{282,5 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - 94,5) \cdot 0,02}} =$$
$$= 15550 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Из уравнения теплового баланса определяем количество образующегося конденсата

$$G \cdot r = \alpha \cdot \Delta T \cdot F;$$

$$G = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{r} \cdot \pi \cdot d \cdot \ell = \frac{15550 \cdot (100 - 94,5)}{2256,8 \cdot 10^3} \cdot 3,14 \cdot 0,02 \cdot 2 =$$

$$= 4,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

$$\text{Ответ: } \alpha = 15550 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}; \quad G = 4,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

Задача 2

Определить коэффициент теплоотдачи и температуру поверхности нагрева при пузырьковом режиме кипения в большом объеме. Давление воды 1 МПа, а плотность теплового потока $q = 0,4 \text{ МВт/м}^2$.

Решение

Коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении воды

$$\alpha = 3,0 \cdot q^{0,7} \cdot p_n^{0,15};$$

$$p_n = 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 10 \text{ бар}; \quad T_n = 179,88 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\alpha = 3,0 \cdot (0,4 \cdot 10^6)^{0,7} \cdot 10^{0,15} = 35300,6 \text{ Вт/}(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Температуру поверхности нагрева можно определить из уравнения

$$q = \alpha \cdot \Delta T = \alpha \cdot (T_w - T_n);$$

$$\Delta T = \frac{q}{\alpha} = \frac{4 \cdot 10^5}{35300,6} = 11,3 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$T_w = T_n + \Delta T = 179,88 + 11,3 = 191,2 \text{ }^\circ\text{C}.$$

$$\text{Ответ: } \alpha = 35300,6 \text{ Вт/}(\text{м}^2 \cdot \text{К}); \quad T_w = 191,2 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Задача 3

На горизонтальной трубе диаметром 20 мм происходит пленочное кипение воды при давлении 0,27 МПа. Температура поверхности $140 \text{ }^\circ\text{C}$. Рассчитать коэффициент теплоотдачи от стенки к воде.

Решение

Коэффициент теплоотдачи рассчитываем по формуле

$$\alpha = 0,728 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \rho'' \cdot (\rho' - \rho'') \cdot \lambda_n^3}{\mu_n \cdot \Delta T \cdot d}}.$$

Определяющая температура $T_0 = T_n = 130 \text{ }^\circ\text{C}$.

Физические свойства водяного пара при этой температуре и давлении 0,27 МПа [2]:

$r = 2174,3 \text{ кДж/кг}$; $\rho'' = 1,496 \text{ кг/м}^3$; $\mu_n = 13,24 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$;
 $\lambda_n = 2,686 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; $\rho' = 934,8 \text{ кг/м}^3$.

$$\alpha = 0,728 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,8 \cdot 2174,3 \cdot 10^3 \cdot 1,496 \cdot (934,8 - 1,496) \cdot (2,686 \cdot 10^{-2})^3}{13,24 \cdot 10^{-6} \cdot (140 - 130) \cdot 0,02}} =$$

$$= 497 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Ответ: $\alpha = 497 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

Контрольные задачи

1. Решить задачу 1 (п.2.3.2) при условии, что давление пара $p_n = 1,98 \cdot 10^5 \text{ Па}$, а все остальные данные оставить без изменений. Результаты расчета сравнить с ответом к задаче 1.

Ответ: $\alpha = 10950 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$; $G = 0,0158 \text{ кг/с}$.

2. Как изменится коэффициент теплоотдачи и количество сухого насыщенного водяного пара, конденсирующегося в единицу времени на поверхности горизонтальной трубы, если диаметр трубы увеличить в 3 раза, а давление пара, температурный напор и длину трубы оставить без изменений?

Ответ: Коэффициент теплоотдачи уменьшится в 1,316 раза; количество пара, конденсирующегося в единицу времени, увеличится в 2,28 раза.

3. На наружной поверхности вертикальной трубы диаметром 20 мм и высотой $H = 2 \text{ м}$ конденсируется сухой насыщенный водяной пар при давлении $p_n = 1,98 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Температура поверхности трубы $T_w = 115 \text{ }^\circ\text{С}$.

Определить средний по высоте коэффициент теплоотдачи от пара к трубе и количество пара G , кг/ч, которое конденсируется на поверхности трубы.

Ответ: $\alpha = 6740 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $G = 7 \text{ кг/ч}$.

4. В горизонтальном конденсаторе необходимо сконденсировать $0,278 \text{ кг/с}$ сухого насыщенного водяного пара при давлении $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Определить число труб конденсатора с наружным диаметром $d = 0,03 \text{ м}$ и длиной $\ell = 3,5 \text{ м}$. Температура стенки труб $T_w = 80 \text{ }^\circ\text{С}$.

Ответ: $n = 10 \text{ шт}$.

5. Какой температурный напор необходимо обеспечить при пленочной конденсации сухого насыщенного водяного пара при ламинарном течении пленки на поверхности горизонтальной трубы диаметром $d = 0,034 \text{ м}$, если плотность теплового потока $q = 5,8 \cdot 10^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$. Давление пара $p_n = 1,013 \text{ бар}$.

Ответ: $\Delta T = 3,9 \text{ }^\circ\text{С}$.

6. Вода в большом объеме кипит на трубках испарителя, температура поверхности которых $200 \text{ }^\circ\text{С}$. Давление воды равно $1,255 \text{ МПа}$. Наружный диаметр труб 40 мм , длина $1,5 \text{ м}$, количество труб 30 шт . Найти коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении и тепловой поток от труб к воде.

Ответ: $\alpha = 29306 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $Q = 1,66 \text{ МВт}$.

7. Из воды, кипящей в большом объеме при давлении $1,98 \text{ бар}$, необходимо получить 300 кг/час сухого насыщенного водяного пара. Найти необходимую для этого площадь поверхности нагрева, если температура поверхности $131 \text{ }^\circ\text{С}$.

Ответ: $F = 1,15 \text{ м}^2$.

8. Определить плотность теплового потока на поверхности вертикальной трубы наружным диаметром 30 мм и длиной 0,48 м при пленочном кипении воды при давлении 3,61 бар. Температура поверхности 155 °С. Как изменится коэффициент теплоотдачи, если трубу расположить горизонтально?

Ответ: $q = 4297 \text{ Вт/м}^2$; коэффициент теплоотдачи увеличится в 2 раза.

2.4. Теплообмен излучением

Теоретическая справка

Тепловое излучение (радиационный теплообмен) – способ переноса теплоты в пространстве, осуществляемый в результате распространения электромагнитных волн, энергия которых при взаимодействии с веществом переходит в тепло. Радиационный теплообмен связан с двойным преобразованием энергии: первоначально внутренняя энергия тела превращается в энергию электромагнитного излучения, а затем, после переноса энергии в пространстве электромагнитными волнами, происходит второй переход лучистой энергии во внутреннюю энергию другого тела. Тепловое излучение вещества зависит от температуры тела (степени нагретости вещества).

Энергия теплового излучения, падающего на тело, может поглощаться, отражаться телом или проходить через него. Тело, поглощающее всю падающую на него лучистую энергию, называют абсолютно черным телом (АЧТ). Отметим, что при данной температуре АЧТ и поглощает, и излучает максимально возможное количество энергии.

Плотность потока собственного излучения тела называют его *лучеиспускательной способностью*. Этот параметр излучения в пределах элементарного участка длин волн $d\lambda$ называют спектральной плотностью потока собственного излучения или спектральной лучеиспускательной способностью тела. Лучеиспускательная способность АЧТ в зависимости от температуры подчиняется закону Стефана–Больцмана:

$$E_0 = \sigma_0 \cdot T^4 = c_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4,$$

где $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана–Больцмана; $c_0 = 5,67$ Вт/(м²·К⁴) – коэффициент излучения абсолютно черного тела; T – температура поверхности абсолютно черного тела, К.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Тело, у которого спектр излучения подобен спектру излучения абсолютно черного тела и спектральная плотность потока излучения (E_λ) составляет одну и ту же долю ε_λ от спектральной плотности потока излучения абсолютно черного тела ($E_{0,\lambda}$), называют *серым телом*.

$$\frac{E_\lambda}{E_{0,\lambda}} = \varepsilon_\lambda = \text{const},$$

где ε_λ – спектральная степень черноты.

После интегрирования последнего выражения по всему спектру излучения ($0 \leq \lambda \leq \infty$) получим

$$\frac{E}{E_0} = \varepsilon,$$

где E – лучеиспускательная способность серого тела; E_0 – лучеиспускательная способность АЧТ; ε – интегральная степень черноты серого тела или степень черноты. Степень черноты – экспериментально определяемая величина в зависимости от физических свойств тела, его температуры и шероховатости поверхности приведена в справочнике [2].

Выражение для расчета плотности потока собственного излучения (лучеиспускательной способности) серого тела:

$$E = \varepsilon \cdot E_0 = \varepsilon \cdot \sigma_0 \cdot T^4 = \varepsilon \cdot c_0 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4 = c \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4,$$

где $c = \varepsilon \cdot c_0$ – коэффициент излучения серого тела, Вт/(м²·К⁴);

T – температура тела, К.

Теоретические положения по расчету радиационного теплообмена в замкнутой системе, состоящей из серых поверхностей, разделенных лучепрозрачной средой, подробно изложены в научной литературе [5, 6].

Поток результирующего излучения в замкнутой системе, состоящей из двух серых поверхностей, разделенных диатермичной средой, рассчитывают по формуле

$$Q_{w,1} = \varepsilon_{пр} \cdot \sigma_0 \cdot (T_2^4 - T_1^4) \cdot \varphi_{21} \cdot F_2;$$

или

$$Q_{w,1} = c_{ид} \cdot \left[\left(\frac{T_2}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 \right] \cdot \varphi_{21} \cdot F_2,$$

где T – абсолютная температура поверхности теплообмена, К; F – площадь поверхности теплообмена; φ_{12} и φ_{21} – угловые коэффициенты излучения соответственно с первого тела на второе и со второго тела на первое; $\varepsilon_{пр}$ – приведенная степень черноты в системе двух тел; $c_{пр} = \sigma_0 \cdot \varepsilon_{пр}$ – приведенный коэффициент излучения в системе двух тел. Приведенная степень черноты и приведенный коэффициент излучения в замкнутой системе радиационного теплообмена, состоящей из двух серых тел, рассчитывают по формулам

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right)\varphi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)\varphi_{21}};$$

$$c_{\text{пр}} = \varepsilon_{\text{пр}} \cdot c_0 = \frac{1}{\frac{1}{c_0} + \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0}\right)\varphi_{12} + \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}\right)\varphi_{21}},$$

где $c_1 = \varepsilon_1 \cdot c_0$ и $c_2 = \varepsilon_2 \cdot c_0$.

Угловые коэффициенты излучения в системе, состоящей из двух поверхностей, удобно рассчитывать, используя свойства угловых коэффициентов:

а) свойство замкнутости

$$\sum_{k=1}^n \varphi_{ik} = 1;$$

б) свойство взаимности

$$\varphi_{ik} \cdot F_i = \varphi_{ki} \cdot F_k;$$

в) свойство невогнутости (для плоских и выпуклых поверхностей)

$$\varphi_{ii} = 0.$$

Для замкнутой системы радиационного теплообмена, состоящей из двух тел, справедливо равенство

$$Q_{w,2} = -Q_{w,1}.$$

Примеры решения задач

Задача 1

Определить приведенную степень черноты системы, состоящей из двух труб, если одна труба с наружным диаметром $d_1=80$ мм находится внутри другой с внутренним диаметром $d_2=200$ мм. Степень черноты труб одинакова и равна 0,65.

Решение

Наружную поверхность внутренней трубы обозначим через F_1 , а внутреннюю поверхность наружной трубы – F_2 . Приведенную степень черноты определяем по формуле

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot \varphi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \varphi_{21}}.$$

Для внутренней трубы угловой коэффициент $\varphi_{12} = 1$.

Для наружной трубы угловой коэффициент излучения φ_{21} рассчитываем по формуле

$$\varphi_{21} = \varphi_{12} \cdot \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{80}{200} = 0,4;$$

$$F_1 = \pi \cdot d_1 \cdot \ell, \quad F_2 = \pi \cdot d_2 \cdot \ell;$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{0,65} - 1\right) \cdot 1 + \left(\frac{1}{0,65} - 1\right) \cdot 0,4} = 0,570.$$

Ответ: $\varepsilon_{\text{пр}} = 0,570$.

Задача 2

Определить плотность результирующего теплового потока при теплообмене излучением двух плоских поверхностей, если температура одной поверхности 800°C , ее степень черноты $0,8$ и температура другой поверхности 600°C , а её степень черноты $0,4$.

Решение

Плотность результирующего теплового потока излучением определяется по формуле

$$q_{w2} = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4).$$

Приведенная степень черноты

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot \Phi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \Phi_{21}}.$$

Для плоских поверхностей $\Phi_{21} = \Phi_{12} = 1$.

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,8} + \frac{1}{0,4} - 1} = 0,3636;$$

$$q_{w2} = 0,3636 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left[(800 + 273)^4 - (600 + 273)^4 \right] = 15354,7 \text{ Вт/м}^2.$$

Ответ: $q_{w2} = 15354,7 \text{ Вт/м}^2$.

Задача 3

Сколько теплоты теряет в час 1 м^2 вертикальной поверхности обмуровки котла, если температура стенки $100 \text{ }^\circ\text{C}$, а температура воздуха $30 \text{ }^\circ\text{C}$. При этом коэффициент конвективной теплоотдачи равен $4,5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$. Степень черноты обмуровки котла $0,78$.

Решение

Плотность теплового потока излучением

$$q_{\text{л}} = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4).$$

Используем свойство угловых коэффициентов излучения:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_1 \text{ т.к. } F_1 \ll F_2;$$

$$q_{\text{л}} = 0,78 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (373^4 - 303^4) = 483,3 \text{ Вт/м}^2.$$

Плотность теплового потока конвекцией

$$q_{\text{к}} = \alpha \cdot \Delta T = 4,5 \cdot (373 - 303) = 315 \text{ Вт/м}^2.$$

Суммарная плотность теплового потока конвекцией и излучением

$$q = q_{\text{л}} + q_{\text{к}} = 315 + 483,3 = 798,3 \text{ Вт/м}^2.$$

1 м^2 поверхности обмуровки за час теряет теплоты

$$Q_{\tau} = Q \cdot \tau = q \cdot F \cdot \tau = 798,3 \cdot 1 \cdot 3600 = 2,874 \text{ МДж.}$$

Ответ: $Q_{\tau} = 2,874 \text{ МДж.}$

Контрольные задачи

1. Определить приведенную степень черноты системы, если трубопровод с наружным диаметром 0,1 м проходит в центре кирпичного квадратного канала со стороной 0,5 м. Степень черноты трубы 0,72. Степень черноты стенок канала 0,85.

Ответ: $\varepsilon_{пр} = 0,706.$

2. В помещении большого объема находится стальная неизолированная труба, по которой протекает горячая вода. Наружный диаметр трубы 150 мм. Температура наружной стенки трубы 170 °С. Температура стен помещения 20 °С. Коэффициент излучения для стальной поверхности трубы 4,5 Вт/(м² · К⁴). Определить потерю теплоты излучением с одного погонного метра трубы.

Ответ: $q_{\ell} = 660,42 \text{ Вт/м.}$

3. Стальной брусок нагревается в электропечи. Температура внутренней поверхности печи 800 °С, степень черноты 0,82. Температура поверхности бруска 350 °С, степень черноты 0,65. Заготовка лежит на поду печи. Площадь излучающей поверхности бруска меньше площади излучающей поверхности печи в 4 раза. Определить плотность результирующего лучистого потока от стенок печи на поверхность бруска.

Ответ: $q = 41810 \text{ Вт/м}^2.$

4. Чему равна степень черноты поверхности, если плотность теплового излучения 21000 Вт/м², а температура поверхности 700 °С?

Ответ: $\varepsilon = 0,413.$

5. Определить тепловые потери излучением с 1 м длины паропровода наружным диаметром 0,12 м, если

температура поверхности трубы 220°C , степень черноты $0,85$. Температура окружающей среды 17°C .

Ответ: $q_{\ell} = 944 \text{ Вт/м}$.

6. При какой температуре плотность потока собственного излучения абсолютно черного тела равна 1 кВт/м^2 ?

Ответ: $T = 91^{\circ}\text{C}$.

7. Определить плотность теплового потока, теряемого излучением с поверхности паропровода диаметром $0,1 \text{ м}$. Температура стенки паропровода 427°C , степень черноты $0,9$. Температура окружающей среды 27°C .

Ответ: $q = 11840 \text{ Вт/м}^2$.

8. Во сколько раз увеличится излучательная способность поверхности твердого тела, если температура его возрастет со 127°C до 327°C .

Ответ: в 5 раз.

2.5. Теплообменные аппараты

Теоретическая справка

Для теплового расчета рекуперативного теплообменника используют два основных уравнения – уравнение теплового баланса и уравнение теплопередачи. Без учета тепловых потерь в теплообменном аппарате уравнение теплового баланса имеет вид

$$Q_1 = Q_2,$$

где Q_1 – количество теплоты, отдаваемое горячим теплоносителем в единицу времени, Вт; Q_2 – количество теплоты, воспринимаемое холодным теплоносителем в единицу времени, Вт. В развернутом виде уравнение теплового баланса можно записать:

а) для однофазных теплоносителей

$$Q = G_1 \cdot c_{p1} \cdot (t_1' - t_1'') = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t_2'' - t_2');$$

б) при изменении агрегатного состояния горячего теплоносителя (горячий теплоноситель – сухой насыщенный водяной пар)

$$Q = G_1 \cdot r_1 = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t_2'' - t_2'),$$

где G_1 и G_2 – массовые расходы горячего и холодного теплоносителей, кг/с; c_{p1} и c_{p2} – удельные массовые изобарные теплоемкости горячего и холодного теплоносителей, Дж/(кг·К); t_1' и t_1'' – температура горячего теплоносителя на входе и выходе из теплообменника, °С; t_2' и t_2'' – температура холодного теплоносителя на входе и выходе из теплообменника, °С.

Расходы теплоносителей рассчитывают по уравнению неразрывности или сплошности

$$G = \rho \cdot \bar{w} \cdot f,$$

где ρ – плотность теплоносителя, кг/м³; \bar{w} – средняя скорость теплоносителя, м/с; f – площадь поперечного сечения канала для прохода теплоносителя, м².

Плотность и удельную теплоемкость теплоносителя находят по справочнику [2] при средней температуре теплоносителя

$$t = \frac{t_1' + t_1''}{2},$$

где t_1' и t_1'' – температура теплоносителя на входе и выходе из теплообменного аппарата.

Если по условию задачи температура теплоносителя на выходе из теплообменного аппарата не задана, а подлежит определению, применяют метод последовательных приближений. Например, задана температура горячего теплоносителя на входе в теплообменник t_1' , а температуру этого теплоносителя на выходе из теплообменного аппарата t_1'' необходимо определить. Для этого находим плот-

ность и удельную теплоемкость c_{p1} в справочнике [2] по температуре на входе t_1' . Затем из уравнения теплового баланса определяем температуру горячего теплоносителя на выходе

$$t_1'' = t_1' - \frac{Q}{G_1 \cdot c_{p1}}.$$

Зная t_1'' , рассчитываем среднюю температуру горячего теплоносителя и уточняем значения ρ и c_{p1} . Если отличие вновь найденных значений плотности и удельной теплоемкости меньше 5%, расчет заканчиваем, иначе необходимо еще раз уточнить температуру t_1'' из уравнения теплового баланса и найти из справочных таблиц значения ρ и c_{p1} .

Уравнение теплового баланса для однофазных теплоносителей можно записать в виде

$$W_1 \cdot \delta t_1 = W_2 \cdot \delta t_2 \text{ или } \delta t_2 / \delta t_1 = W_1 / W_2,$$

где $W_1 = G_1 \cdot c_{p1}$ и $W_2 = G_2 \cdot c_{p2}$ – расходные теплоемкости (водяные эквиваленты) горячего и холодного теплоносителей; $\delta t_1 = (t_1' - t_1'')$ и $\delta t_2 = (t_2'' - t_2')$ – изменение температуры горячего и холодного теплоносителей в теплообменном аппарате.

Температура теплоносителей вдоль поверхности теплообмена изменяется по экспоненциальному закону. При этом зависимость между водяными эквивалентами и изменениями температуры вдоль поверхности теплообмена является обратно пропорциональной:

если $W_1 > W_2$, то $\delta t_1 < \delta t_2$;

если $W_1 < W_2$, то $\delta t_1 > \delta t_2$.

При противоточной схеме движения теплоносителей (рис. 16, б) выпуклость кривых изменения температуры теплоносителей направлена в сторону большого водяного

эквивалента, т.е. в сторону теплоносителя с меньшим изменением температуры.

Если греющим теплоносителем является насыщенный водяной пар, то в процессе теплопередачи его температура не изменяется и равна температуре насыщения при данном давлении

$$t_1' = t_1'' = t_n.$$

Уравнение теплопередачи в рекуперативном теплообменном аппарате имеет вид

$$Q = k \cdot \overline{\Delta t} \cdot F,$$

где k – коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·К); $\overline{\Delta t}$ – средняя разность температур между горячим и холодным теплоносителями (средний температурный напор), °С; F – площадь поверхности теплообмена, м²; r – скрытая теплота парообразования, Дж/кг.

Коэффициент теплопередачи рассчитывают по формулам теплопередачи для плоской стенки, поскольку толщина стен у трубок теплообменников мала [5,6]

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

где $\delta = 0,5 \cdot (d_{\text{нар}} - d_{\text{вн}})$ – толщина стенки трубы, м; λ – коэффициент теплопроводности стенки, Вт/(м·К); α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи от горячего теплоносителя к стенке и от стенки к холодному теплоносителю, Вт/(м²·К). Коэффициенты теплоотдачи рассчитывают по критериальным формулам.

Среднюю разность температур для прямоточной и противоточной схем движения теплоносителей рассчитывают по формулам:

$$\overline{\Delta t}_a = \frac{\Delta t_{\text{max}} + \Delta t_{\text{min}}}{2}, \text{ если } \Delta t_{\text{max}} / \Delta t_{\text{min}} \leq 2$$

или

$$\overline{\Delta t}_L = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}}, \text{ если } \Delta t_{\max} / \Delta t_{\min} > 2,$$

где Δt_{\max} и Δt_{\min} – максимальная и минимальная разность температуры теплоносителей (см. рис. 16); Δt_a – среднеарифметическая разность температур; Δt_L – среднелогарифмическая разность температур.

При расчете средней разности температур при сложном движении теплоносителей строят температурный график $t = f(F)$ для противотока и $\overline{\Delta t}$ умножают на поправочный коэффициент $\varepsilon_{\Delta t}$, учитывающий особенности теплообмена при сложном токе. При этом, если не задано, студент самостоятельно принимает одну из схем перекрестного или сложного движения теплоносителей, приведенных в приложении [2] и по рисунку определяет $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$.

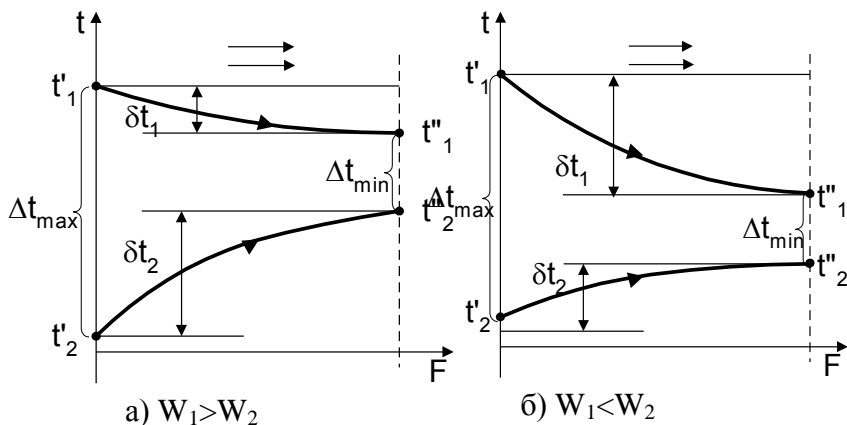


Рис. 16,а. Изменение температуры горячего и холодного теплоносителей вдоль поверхности теплообмена при прямоточной схеме движения теплоносителей в зависимости от соотношения их водяных эквивалентов

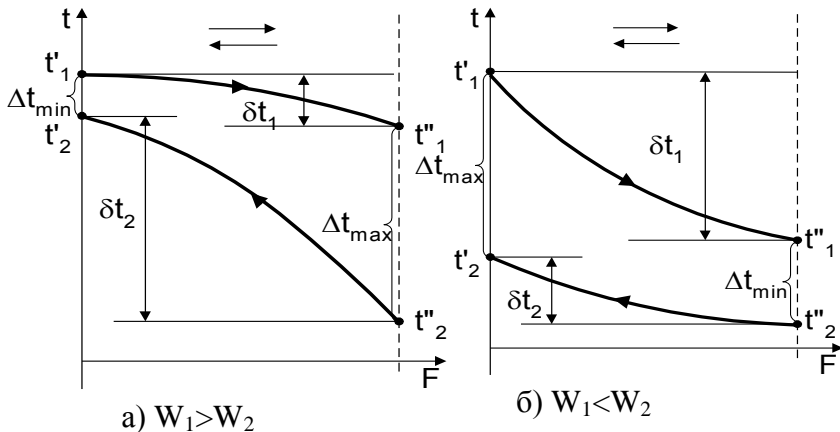


Рис. 16.б. Изменение температуры горячего и холодного теплоносителей вдоль поверхности теплообмена при противоточной схеме движения теплоносителей в зависимости от соотношения их водяных эквивалентов

Примеры решения задач

Задача 1

Определить температуру охлаждающей воды на выходе из водяного маслоохладителя, если температура трансформаторного масла на входе в теплообменник $t'_1 = 45 \text{ }^\circ\text{C}$, на выходе $t''_1 = 35 \text{ }^\circ\text{C}$, расход масла 15000 кг/час. Температура охлаждающей воды на входе $15 \text{ }^\circ\text{C}$, расход воды 25000 кг/ч.

Решение

Уравнение теплового баланса

$$Q = G_1 \cdot c_{p1} \cdot (t'_1 - t''_1) = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t''_2 - t'_2).$$

Удельная теплоемкость трансформаторного масла при его средней температуре [2]

$$t_1 = \frac{t'_1 + t''_1}{2} = \frac{45 + 35}{2} = 40 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$c_{p1} = 1,788 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C}).$$

Тепловой поток Q , передаваемый от горячего теплоносителя (масло) к холодному (вода)

$$Q = \frac{15000}{3600} \cdot 1,788 \cdot 10^3 \cdot (45 - 35) = 74500 \text{ Вт.}$$

Расчет температуры охлаждающей воды на выходе ведем методом последовательных приближений.

Удельная теплоемкость воды при температуре $t_2' = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ [2] $c_{p2} = 4,187 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.

Из уравнения теплового баланса выражаем неизвестную температуру t_2'' :

$$t_2'' = t_2' + \frac{Q}{G_2 \cdot c_{p2}};$$

$$t_2'' = 15 + \frac{74500}{\frac{25000}{3600} \cdot 4,187 \cdot 10^3} = 17,56 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Средняя температура холодного теплоносителя

$$t_2 = \frac{t_2' + t_2''}{2} = \frac{15 + 17,56}{2} = 16,28 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Уточняем c_{p2} .

При $t_2 = 16,28 \text{ }^\circ\text{C}$ $c_{p2} = 4,1859 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.

Отличие вновь найденного значения удельной теплоемкости c_{p2} от значения c_{p2} на предыдущей итерации не превышает 1 %. Итак, окончательно получаем:

$$t_2 = 16,28 \text{ }^\circ\text{C}; \quad t_2'' = 17,56 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Ответ: $t_2'' = 17,56 \text{ }^\circ\text{C}$.

Задача 2

В теплообменном аппарате вода с расходом 2 кг/с нагревается от температуры $20 \text{ }^\circ\text{C}$ до $210 \text{ }^\circ\text{C}$. При этом газы охлаждаются от $410 \text{ }^\circ\text{C}$ до $250 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить поверхность теплообменника при включении его по схеме прямотока и

противотока, если коэффициент противотока, теплопередачи $k = 32 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

Решение

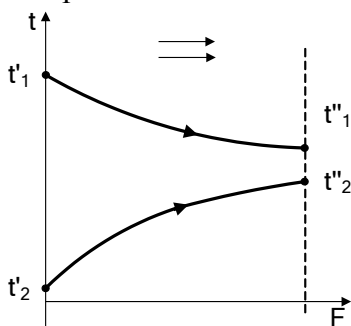
Теплоемкость воды при средней температуре [2]:

$$t_2 = \frac{1}{2} \cdot (t_2' + t_2'') = 115 \text{ } ^\circ\text{C}; \quad c_{p2} = 4,2415 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}).$$

Количество теплоты, полученное водой от газов

$$Q = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t_2'' - t_2') = 2 \cdot 4,2415 \cdot 10^3 \cdot (210 - 20) = 1611,77 \text{ кВт}.$$

Прямоточная схема движения теплоносителей.



Максимальный температурный напор в теплообменнике

$$\Delta t_{\max} = t_1' - t_2' = 410 - 20 = 390 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Минимальный температурный напор в теплообменнике

$$\Delta t_{\min} = t_1'' - t_2'' = 250 - 210 = 40 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$\frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}} = \frac{390}{40} = 9,75 > 2.$$

Средний логарифмический температурный напор

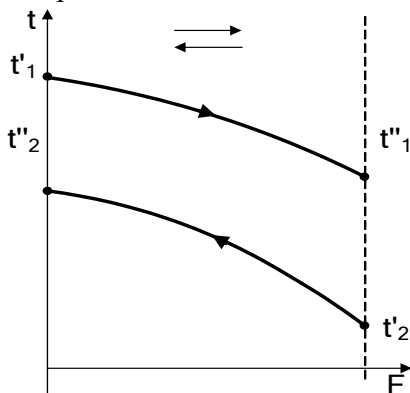
$$\overline{\Delta t}_j = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{390 - 40}{\ln \frac{390}{40}} = 153,7 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Площадь поверхности теплообменника находим из уравнения теплопередачи:

$$Q = k \cdot \overline{\Delta t} \cdot F;$$

$$F_{\text{прям}} = \frac{Q}{k \cdot \overline{\Delta t}_j} = \frac{1611,77 \cdot 10^3}{32 \cdot 153,7} = 327 \text{ м}^2.$$

Противоточная схема движения теплоносителей.



$$\Delta t_{\max} = t''_1 - t'_2 = 250 - 20 = 230 \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$\Delta t_{\min} = t'_1 - t''_2 = 410 - 210 = 200 \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$\frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}} = \frac{230}{200} = 1,15 < 2.$$

Рассчитываем средний арифметический температурный напор.

$$\overline{\Delta t}_a = \frac{1}{2} \cdot (\Delta t_{\max} + \Delta t_{\min}) = \frac{1}{2} \cdot (230 + 200) = 215 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$F_{\text{прот.}} = \frac{Q}{k \cdot \Delta t_a} = \frac{1611,77 \cdot 10^3}{32 \cdot 215} = 234,27 \text{ м}^2.$$

Ответ: $F_{\text{прям.}} = 327 \text{ м}^2$; $F_{\text{прот.}} = 234,27 \text{ м}^2$.

Задача 3

В теплообменнике конденсируется пар при атмосферном давлении 0,1 МПа и конденсат удаляется при температуре насыщения. Охлаждающая вода нагревается от $t_2' = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ до $t_2'' = 85 \text{ }^\circ\text{C}$. Поверхность теплообменника $F = 5 \text{ м}^2$. Коэффициент теплопередачи $k = 800 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Определить расход горячего теплоносителя.

Решение

Греющим теплоносителем является водяной пар.

Уравнение теплового баланса имеет вид

$$Q = G_1 \cdot r_1 = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t_2'' - t_2')$$

$$G_1 = \frac{Q}{r_1}.$$

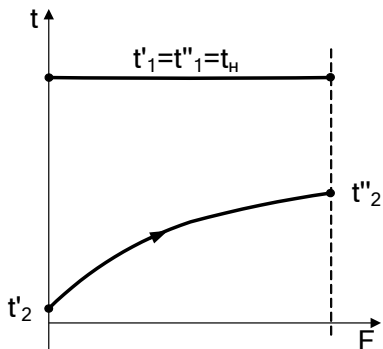
По уравнению теплопередачи

$$Q = k \cdot \overline{\Delta t} \cdot F;$$

$$G_1 = \frac{k \cdot \overline{\Delta t} \cdot F}{r_1}.$$

При $p_n = 0,1 \text{ МПа}$ по справочнику [1;2]:

$$t_n = 99,63 \text{ }^\circ\text{C}; \quad r_1 = 2256,8 \text{ кДж/кг}.$$



Максимальный температурный напор в теплообменнике

$$\Delta t_{\max} = t_H - t'_2 = 99,63 - 20 = 79,63 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Минимальный температурный напор в теплообменнике

$$\Delta t_{\min} = t_H - t''_2 = 99,63 - 85 = 14,63 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$\frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}} = \frac{79,63}{14,63} > 2, \text{ поэтому рассчитываем средний}$$

логарифмический температурный напор

$$\overline{\Delta t}_l = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{79,63 - 14,63}{\ln \frac{79,63}{14,63}} = 38,46 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$G_1 = \frac{800 \cdot 5 \cdot 38,46}{2256,8 \cdot 10^3} = 0,068 \text{ кг/с}.$$

Ответ: $G_1 = 0,068 \text{ кг/с}.$

Контрольные задачи

1. Определить среднюю разность температур и поверхность нагрева при противоточной схеме движения теплоносителей в рекуперативном теплообменнике, если горячим теплоносителем является вода, а ее расход 0,2 кг/с. Температура воды на входе 110 $^\circ\text{C}$. Холодный теплоноси-

тель – воздух, поступающий в теплообменник с температурой $t_2' = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ и имеющий температуру на выходе $t_2'' = 70 \text{ }^\circ\text{C}$. Расход воздуха $0,5 \text{ кг/с}$. Коэффициент теплопередачи $50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Ответ: $\Delta t = 50 \text{ }^\circ\text{C}$; $F = 10 \text{ м}^2$.

2. Определить расход пара на нагрев воды в пароводяном теплообменнике при условии, что весь пар превращается в конденсат, выходящий из теплообменника в состоянии насыщения при давлении греющего пара. Найти площадь поверхности нагрева в теплообменнике при условии, что коэффициент теплопередачи $k = 2700 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Построить схематично график изменения температуры теплоносителей вдоль поверхности нагрева, если расход воды $G_2 = 2 \text{ м}^3/\text{мин}$, температура воды на входе $25 \text{ }^\circ\text{C}$, на выходе $75 \text{ }^\circ\text{C}$. Давление пара $p = 0,12 \text{ МПа}$, степень сухости $x = 0,98$.

Ответ: $G_1 = 3 \text{ кг/с}$; $F = 50,5 \text{ м}^2$.

3. В испарителе кипит вода при давлении $p_2 = 1 \text{ бар}$. Греющий пар при давлении $p_1 = 20 \text{ бар}$ конденсируется и удаляется при температуре насыщения. Расход воды $G_2 = 0,2 \text{ кг/с}$. Определить расход греющего пара.

Ответ: $G_1 = 0,24 \text{ кг/с}$.

4. Масло марки МС поступает в маслоохладитель с температурой $t_1' = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ и охлаждается до температуры $t_1'' = 40 \text{ }^\circ\text{C}$. Температура охлаждающей воды на входе $t_2' = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить температуру воды на выходе из маслоохладителя, если расходы масла и воды равны соответственно $G_1 = 1 \cdot 10^4 \text{ кг/ч}$ и $G_2 = 2,04 \cdot 10^4 \text{ кг/ч}$. Потерями теплоты в окружающую среду пренебречь.

Ответ: $t_2'' = 30 \text{ }^\circ\text{C}$.

5. Определить среднюю разность температур, площадь поверхности нагрева и расходные теплоемкости обоих теплоносителей в противоточном рекуперативном теплообменнике, если горячий теплоноситель (масло МК) имеет на входе температуру 90°C , на выходе 40°C , холодный (воздух) имеет температуру на входе 25°C , а на выходе 80°C . Тепловой поток, передаваемый в теплообменнике, $0,2\text{ МВт}$. Коэффициент теплопередачи $70\text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

$$\text{Ответ: } W_1 = 4000\text{ Вт/К}; \quad \overline{\Delta t} = 12,5^{\circ}\text{C};$$

$$W_2 = 3636\text{ Вт/К}; \quad F = 228,6\text{ м}^2.$$

6. В трубчатом пароводяном теплообменнике сухой насыщенный пар с давлением $p = 3,61 \cdot 10^5\text{ Па}$ конденсируется на внешней поверхности труб. Вода, движущаяся по трубам, нагревается от $t_2' = 20^{\circ}\text{C}$ до $t_2'' = 90^{\circ}\text{C}$. Определить среднелогарифмический температурный напор в этом теплообменнике и расход пара, если расход воды $G_2 = 3\text{ кг/с}$.

$$\text{Ответ: } \overline{\Delta t} = 69,2^{\circ}\text{C}; \quad G_1 = 0,45\text{ кг/с}.$$

Рекомендуемая литература

1. Александров А.А., Григорьев Б.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара: Справочник. Рек. Гос. службой стандартных справочных данных. ГСССД Р-776-98 – М.: Издательство МЭИ. 1999.–168 с.;ил.
2. Бухмиров В.В., Ракутина Д.В., Солнышкова Ю.С. Справочные материалы для решения задач по курсу “Тепломассообмен”. Учебное пособие. – Иваново, ИГЭУ, www.tot.ispu.ru, 2009 г..
3. Рабинович О.М. Сборник задач по технической термодинамике. – М.: Машиностроение, 1969. – 376 с.
4. Коновалов В.И. Техническая термодинамика. Учебник для вузов. – 2005. – 620 с.
5. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. Учебник для вузов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
6. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
7. Бухмиров В.В. Расчет конвективной теплоотдачи (основные критериальные формулы)- Иваново, ИГЭУ, www.tot.ispu.ru, 2006г.
8. Бухмиров В.В. Теоретические основы теплотехники. Основы тепломассообмена. Базовый курс лекций. Иваново, ИГЭУ, www.tot.ispu.ru, 2011г.

Содержание

РАЗДЕЛ 1. Пакет задач по курсу ТТД	3
1.1. Термические параметры состояния рабочего тела. Основные законы и уравнения состояния идеальных газов	3
Теоретическая справка	3
Примеры решения задач	10
Контрольные задачи	12
1.2. Газовые смеси. Теплоемкости газов и газовых смесей	13
Теоретическая справка	13
Примеры решения задач	20
Контрольные задачи	24
1.3. Термодинамические процессы изменения состояния идеальных газов	26
Теоретическая справка	26
Примеры решения задач	34
Контрольные задачи	39
1.4. Свойства воды и водяного пара. Процессы водяного пара	41
Теоретическая справка	41
Примеры решения задач	50
Контрольные задачи	54
1.5. Влажный воздух	56
Теоретическая справка	56
Примеры решения задач	60
Контрольные задачи	65
1.6. Цикл паротурбинных установок (ПТУ)	68
Теоретическая справка	68
Примеры решения задач	72
Контрольные задачи	74

РАЗДЕЛ 2. Пакет задач по курсу ТМО	76
2.1. Стационарный процесс теплопередачи	76
Теоретическая справка	76
Примеры решения задач	78
Контрольные задачи	83
2.2. Конвективный теплообмен	85
Теоретическая справка	85
Примеры решения задач	89
Контрольные задачи	93
2.3. Конвективный теплообмен при конденсации паров и кипении жидкостей	95
Теоретическая справка	95
Примеры решения задач	100
Контрольные задачи	103
2.4. Теплообмен излучением	105
Теоретическая справка	105
Примеры решения задач	108
Контрольные задачи	111
2.5. Теплообменные аппараты	112
Теоретическая справка	112
Примеры решения задач	117
Контрольные задачи	122
Рекомендуемая литература	125